

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Θέμα 1^ο

Α. α) Να αποδείξετε ότι αν $z_1 = \alpha + \beta i$ και $z_2 = \gamma + \delta i$ δύο μιγαδικοί αριθμοί, όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$, τότε

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

Μονάδες 6,5

β) Αν $z = \alpha + \beta i$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ είναι ένας μιγαδικός αριθμός, να γράψετε στο τετράδιο σας τα γράμματα της στήλης I του επόμενου πίνακα και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της στήλης II που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

Στήλη I	Στήλη II
A. $z + \bar{z}$	1. $\alpha - \beta$
B. $z - \bar{z}$	2. 2α
Γ. $z \cdot \bar{z}$	3. $2\beta i$
Δ. \bar{z}	4. $\alpha + \beta$
	5. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$
	6. $\alpha^2 + \beta^2$

Μονάδες 6

B. α) Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί

$$z_1 = k + 15i \text{ και } z_2 = 5 + \lambda i, \text{ όπου } k, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε τους k και λ ώστε να ισχύει

$$z_1 = 5\bar{z}_2$$

Μονάδες 6

β) Να βρείτε τον μιγαδικό αριθμό z ώστε να ισχύει

$$z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z}) = 5 + 2i$$

Μονάδες 6,5

Θέμα 2^ο

Δίνεται η πραγματική συνάρτηση $f(x) = x^2 - kx + 1$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε την τιμή του k για την οποία η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1, 0)$

Μονάδες 12

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στην γραφική παράσταση της f στο σημείο $B(0, f(0))$, όταν $k=17$

Μονάδες 13

Θέμα 3^ο

Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός

$$z = \frac{2}{1+i}$$

α) Να γράψετε τον z στην μορφή $z = x + yi$, όπου $x, y \in \mathbb{R}$

Μονάδες 8

β) Να γράψετε τον z στην τριγωνομετρική του μορφή

Μονάδες 8

γ) Να δείξετε ότι η εικόνα του z ανήκει στον κύκλο με

κέντρο $K(2, 0)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$

Μονάδες 9

Θέμα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \text{ όπου } x \in \mathbb{R}$$

α) Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$ της f

Μονάδες 5

β) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα

Μονάδες 12

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις οριζόντιες ασύμπτωτες της f

Μονάδες 8