

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΜΑΪΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A) Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$. Να αποδείξετε ότι

$$f'(x) = 2x.$$

Μονάδες 10

B) Ας υποθέσουμε ότι x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n (όπου $k \leq n$), v_i είναι η συχνότητα και f_i είναι σχετική συχνότητα της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$.

Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

α) Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής X είναι ίσο με 100.

β) Η μέση τιμή \bar{x} ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k x_i v_i$$

γ) Για τη σχετική συχνότητα f_i ισχύει ότι $f_i > 1$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, k$.

δ) Ο συντελεστής μεταβολής CV ορίζεται (για $\bar{x} \neq 0$) από το λόγο:

$$CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} .$$

ε) Η διακύμανση (ή διασπορά) της μεταβλητής X ορίζεται από τη σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i .$$

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2ο

Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά τη διάρκεια ενός μηνός και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [-)	Αθροιστική συχνότητα N_i
0 - 2	5
2 - 4	15
4 - 6	20
6 - 8	35
8 - 10	40

Να βρείτε:

α) το μέγεθος του δείγματος,

Μονάδες 5

β) τις συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες των κλάσεων και

Μονάδες 10

γ) τη μέση τιμή.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x^2}{4x^2 + 5}$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε:

α) το σημείο στο οποίο η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα x' ,

Μονάδες 5

β) το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$,

Μονάδες 5

γ) την παράγωγο της συνάρτησης f ,

Μονάδες 5

δ) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και αυτά στα οποία είναι γνησίως φθίνουσα και

Μονάδες 5

ε) τα ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Οι χρόνοι σε ώρες (παρατηρήσεις) που έξι από τους επίγειους σταθμούς δεν είχαν επαφή με τον Ελληνοκυπριακό δορυφόρο είναι:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad t_3 = 1, \quad t_4 = 2, \quad t_5 = 4, \quad t_6 = 5 .$$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} και τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 6

β) Αν $f(x) = (t_1-x)^2 + (t_2-x)^2 + (t_3-x)^2 + (t_4-x)^2 + (t_5-x)^2 + (t_6-x)^2$,

τότε:

i) να αποδείξετε ότι $f'(\bar{x}) = 0$

Μονάδες 6

ii) να αποδείξετε ότι $f(\bar{x}) = 6s^2$, όπου s^2 είναι η διακύμανση των παρατηρήσεων και

Μονάδες 5

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$.

Μονάδες 8