

2.19

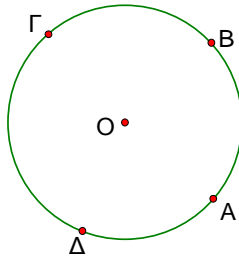
Ασκήσεις σχολικού βιβλίου σελίδας 27 – 28

Ερωτήσεις Κατανόησης

1.

Στο παρακάτω σχήμα, να βρεθούν τα τόξα

- i) $\widehat{AB} + \widehat{B\Gamma}$
- ii) $\widehat{AB} + \widehat{B\Gamma} + \widehat{\Gamma\Delta}$
- iii) $\widehat{AB\Gamma} - \widehat{B\Gamma}$



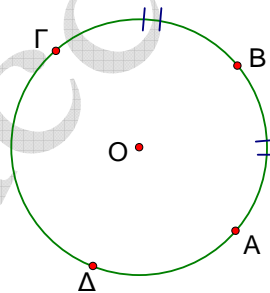
Απάντηση

- i) $\widehat{AB} + \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB\Gamma}$
- ii) $\widehat{AB} + \widehat{B\Gamma} + \widehat{\Gamma\Delta} = \widehat{A\Gamma\Delta}$
- iii) $\widehat{AB\Gamma} - \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB}$

2.

Στο παρακάτω σχήμα να βρεθούν τα τόξα

- i) $2 \widehat{AB}$
- ii) $2 \widehat{AB} + \widehat{\Gamma\Delta}$
- iii) $2 \widehat{AB} - \widehat{B\Gamma}$
- iv) $\widehat{AB} - \widehat{B\Gamma}$



Λύση

- i) $2 \widehat{AB} = \widehat{AB} + \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB\Gamma}$
- ii) $2 \widehat{AB} + \widehat{\Gamma\Delta} = \widehat{AB\Gamma} + \widehat{\Gamma\Delta} = \widehat{A\Gamma\Delta}$
- iii) $2 \widehat{AB} - \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB\Gamma} - \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB}$
- iv) $\widehat{AB} - \widehat{B\Gamma} = \widehat{AB} - \widehat{AB} = 0$

3.

Το μέτρο ενός τόξου είναι αριθμός

α. αρνητικός β. μηδέν γ. θετικός δ. μη αρνητικός

Κυκλώστε το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση

δ μη αρνητικός

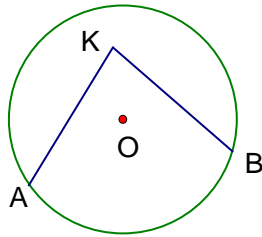
4.

Πώς ορίζεται το μέτρο μιας γωνίας ;

Μέτρο γωνίας λέγεται το μέτρο του αντίστοιχου τόξου, όταν καταστήσουμε τη γωνία επίκεντρη σε κάποιον κύκλο.

5.

Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\widehat{AB} = \mu^\circ$, τότε η γωνία \widehat{AKB} θα είναι μ° ;



Όχι διότι δεν είναι επίκεντρη

netsuccess.gr

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1.

Σε ημικύκλιο δίνονται τα σημεία A, B και σημείο M του τόξου \widehat{AB} , ώστε $\widehat{MA} = \widehat{MB}$.

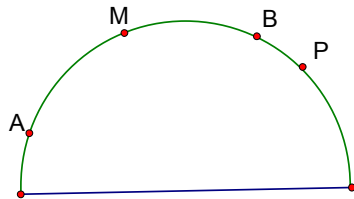
i) Αν P σημείο του ημικυκλίου που δεν ανήκει στο τόξο \widehat{AB} , να αποδείξετε ότι

$$\widehat{PM} = \frac{1}{2}(\widehat{PA} + \widehat{PB}).$$

ii) Αν Σ σημείο του τόξου \widehat{MB} , να αποδείξετε ότι $\widehat{\Sigma M} = \frac{1}{2}(\widehat{\Sigma A} - \widehat{\Sigma B})$

Λύση.

i).



Αρκεί να δειχθεί ότι

$$2 \widehat{PM} = \widehat{PA} + \widehat{PB}$$

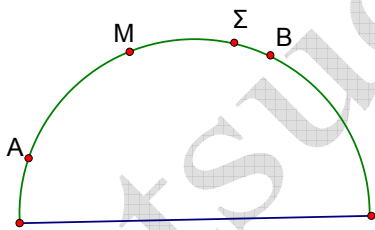
Έχουμε

$$\widehat{PA} = \widehat{PM} + \widehat{MA} \quad (1)$$

$$\widehat{PB} = \widehat{PM} - \widehat{MB} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \widehat{PA} + \widehat{PB} = 2 \widehat{PM}$$

ii).



Αρκεί να δειχθεί ότι

$$2 \widehat{\Sigma M} = \widehat{\Sigma A} - \widehat{\Sigma B}$$

Έχουμε

$$\widehat{\Sigma A} = \widehat{\Sigma M} + \widehat{MA} \quad (3)$$

$$\widehat{\Sigma B} = \widehat{MB} - \widehat{M\Sigma} \quad (4)$$

$$(3) - (4) \Rightarrow \widehat{\Sigma A} - \widehat{\Sigma B} = 2 \widehat{\Sigma M}$$

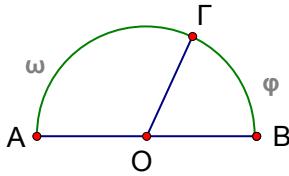
2.

Σε ημικύκλιο διαμέτρου AB θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε $\widehat{A\Gamma} - \widehat{B\Gamma} = 80^\circ$.
Να βρείτε τα μέτρα:

i) των τόξων $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma}$

ii) των γωνιών $\widehat{A\hat{O}\Gamma}$ και $\widehat{\Gamma\hat{O}B}$ (O είναι το κέντρο του κύκλου)

Λύση



i) Έστω $\widehat{A\Gamma} = \omega$ και $\widehat{B\Gamma} = \varphi$

Έχουμε $\omega + \varphi = 180^\circ$ (1)

$\omega - \varphi = 80^\circ$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow 2\omega = 260^\circ \Rightarrow \omega = 130^\circ$

(1) - (2) $\Rightarrow 2\varphi = 100^\circ \Rightarrow \varphi = 50^\circ$

ii) $\widehat{A\hat{O}\Gamma} = 130^\circ$ και $\widehat{\Gamma\hat{O}B} = 50^\circ$

3.

Δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές. Αν η μία είναι διπλάσια από την άλλη, να βρείτε πόσες μοίρες είναι καθεμία από τις γωνίες αυτές.

Λύση

Έστω ω , φ οι δύο γωνίες.

$$\begin{cases} \omega + \varphi = 90^\circ \\ \omega = 2\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\varphi + \varphi = 90^\circ \\ \omega = 2\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\varphi = 90^\circ \\ \omega = 2\varphi \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3\varphi = 90^\circ \\ \omega = 2\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = 30^\circ \\ \omega = 2\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = 30^\circ \\ \omega = 60^\circ \end{cases}$$

4.

Αν μια γωνία ω είναι τα $\frac{6}{5}$ μιας ορθής γωνίας, να υπολογίσετε σε μοίρες την παραπληρωματική της. Η γωνία ω έχει συμπληρωματική γωνία;.

Λύση

$$\omega = \frac{6}{5} \cdot 90^\circ \Rightarrow \omega = \frac{6}{5} \cdot 90^\circ = 6 \cdot 18^\circ = 108^\circ$$

Αν φ η παραπληρωματική της ω , τότε $\varphi = 180^\circ - \omega = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$.

Η ω δεν έχει συμπληρωματική, διότι, γεωμετρικά, δεν υπάρχει γωνία η οποία προστιθέμενη με την ω να κάνουν άθροισμα 90° , αφού $\omega > 90^\circ$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1.

Η παραπληρωματική μιας γωνίας ω είναι τριπλάσια της συμπληρωματικής γωνίας της ω . Να υπολογίσετε την ω .

Λύση

$$180^\circ - \omega = 3(90^\circ - \omega) \Leftrightarrow 180^\circ - \omega = 270^\circ - 3\omega$$

$$3\omega - \omega = 270^\circ - 180^\circ$$

$$2\omega = 90^\circ \Leftrightarrow \omega = 45^\circ$$

2.

Μια γωνία φ είναι μικρότερη από τη συμπληρωματική της κατά 20° . Να υπολογίσετε τις δύο γωνίες.

Λύση

$$\text{Θα έχουμε } \varphi + 20^\circ = 90^\circ - \varphi$$

$$2\varphi = 70^\circ$$

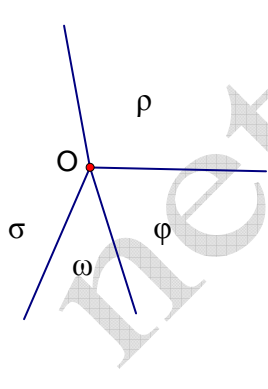
$$\varphi = 35^\circ$$

Η συμπληρωματική της φ θα είναι $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

3.

Τέσσερις ημιευθείες OA, OB, OG, OD σχηματίζουν τις διαδοχικές γωνίες $\hat{A}OB, \hat{B}OG, \hat{G}OD, \hat{DOA}$, που έχουν μέτρα ανάλογα με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4. Να υπολογίσετε τις γωνίες αυτές.

Λύση



$$\frac{\omega}{1} = \frac{\varphi}{2} = \frac{\rho}{3} = \frac{\sigma}{4} = \lambda \Rightarrow \begin{cases} \omega = \lambda \\ \varphi = 2\lambda \\ \rho = 3\lambda \\ \sigma = 4\lambda \end{cases}$$

$$\text{Αλλά } \omega + \varphi + \rho + \sigma = 360^\circ \Rightarrow$$

$$\lambda + 2\lambda + 3\lambda + 4\lambda = 360^\circ$$

$$10\lambda = 360^\circ$$

$$\lambda = 36^\circ$$

Άρα $\omega = 36^\circ$, $\varphi = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ$, $\rho = 3 \cdot 36^\circ = 108^\circ$, $\sigma = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$.