

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2000

ΘΕΜΑ 1^ο

A. α) Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

β) $cf'(x)$, $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$, $\frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2}$

B. α) α.5 , β.1, γ.7, δ.2

β) Δ

ΘΕΜΑ 2^ο

A.

Τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$x_i v_i$	x_i^2	$x_i^2 v_i$
1	10	0,2	20	10	10	1	10
2	25	0,5	50	35	50	4	100
3	15	0,3	30	50	45	9	135
Σύνολο	50	1	100	105	245

Επειδή $v_1 = 10$ και $N_2 = 35 \Rightarrow v_1 + v_2 = 35 \Leftrightarrow 10 + v_2 = 35 \Leftrightarrow v_2 = 25$

$v_1 + v_2 + v_3 = 50 \Leftrightarrow 10 + 25 + v_3 = 50 \Leftrightarrow v_3 = 15$

$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{10}{50} = 0,2$, $f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{25}{50} = 0,5$, $f_3 = \frac{v_3}{v} = \frac{15}{50} = 0,3$

$N_1 = 10$, $N_3 = 50$, $f_1\% = 20$, $f_2\% = 50$, $f_3\% = 30$

Οι υπόλοιπες στήλες συμπληρώνονται εύκολα .

Μετά από αυτά συμπληρωμένος ο πίνακας φαίνεται παραπάνω

B.

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k x_i v_i = \frac{105}{50} = 2,1$$

$$\delta = \frac{25^n \text{ παρ} + 26^n \text{ παρ}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

Γ.

$$s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\} = \frac{1}{50} \left\{ 245 - \frac{105^2}{50} \right\} = 0,49$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Έστω M το ενδεχόμενο ο μαθητής μετέχει στη μαθ/κή εταιρεία, με $P(M) = \frac{24}{120}$

Φ το ενδεχόμενο ο μαθητής μετέχει στην ένωση φυσικών, με $P(\Phi) = \frac{20}{120}$

Τότε $M \cap \Phi$ είναι το ενδεχόμενο ο μαθητής μετέχει και στους δύο διαγωνισμούς

$$\text{με } P(M \cap \Phi) = \frac{12}{120}$$

A.

Ο μαθητής μετέχει σε έναν τουλάχιστον διαγωνισμό είναι το ενδεχόμενο $M \cup \Phi$

$$\text{με } P(M \cup \Phi) = P(M) + P(\Phi) - P(M \cap \Phi) = \frac{24}{120} + \frac{20}{120} - \frac{12}{120} = \frac{32}{120} = \frac{4}{15}$$

B.

Ο μαθητής μετέχει σε έναν μόνο από τους διαγωνισμούς είναι το ενδεχόμενο $(M - \Phi) \cup (\Phi - M)$, όπου $(M - \Phi)$ και $(\Phi - M)$ είναι ασυμβίβαστα ενδεχόμενα.

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } P((M - \Phi) \cup (\Phi - M)) &= P(M - \Phi) + P(\Phi - M) = \\ &= P(M) - P(M \cap \Phi) + P(\Phi) - P(M \cap \Phi) = \\ &= \frac{24}{120} - \frac{12}{120} + \frac{20}{120} - \frac{12}{120} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Γ.

Ο μαθητής δεν μετέχει σε κανέναν διαγωνισμό είναι το ενδεχόμενο $(M \cup \Phi)^c$

$$\text{με } P((M \cup \Phi)^c) = 1 - P(M \cup \Phi) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

A.

Τουλάχιστον 15 χρόνια υπηρεσίας έχουν οι εκπαιδευτικοί που ανήκουν στις τέσσερις τελευταίες κλάσεις, δηλαδή: $15 + 18 + 18 + 12 = 63$ εκπαιδευτικοί.

B.

α.

Για να συνταξιοδοτηθεί κάποιος εκπαιδευτικός μέσα στα επόμενα 12,5 χρόνια θα πρέπει σήμερα να έχει τουλάχιστον 22,5 έτη υπηρεσίας.

Οι εκπαιδευτικοί που έχουν σήμερα τουλάχιστον 22,5 έτη υπηρεσίας είναι όσοι ανήκουν στις δύο τελευταίες κλάσεις και οι μισοί, λόγω της ισοκατανομής των παρατηρήσεων από αυτούς που ανήκουν στην κλάση [20, 25).

Δηλαδή $9 + 18 + 12 = 39$ εκπαιδευτικοί

β.

Μέσα στα επόμενα 5 έτη θα πάρουν σύνταξη όσοι εκπαιδευτικοί ανήκουν στην τελευταία κλάση, δηλαδή 12.

Για να μείνει λοιπόν αμετάβλητος ο αριθμός των εκπαιδευτικών θα πρέπει να προσληφθούν 12 εκπαιδευτικοί.

netsuccess.gr