

ΛΥΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΣ 2001

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 152

A.2. α. $P(A') = 1 - P(A)$, β. $A \subseteq B \Rightarrow P(B) \geq P(A)$

B1. α. Λ , β. Σ

B2. β

B3. α.2 , β.5, γ.3

ΘΕΜΑ 2ο

A.

$$f'(x) = -\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x \quad \text{και} \quad f''(x) = -\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$$

$$\text{Άρα} \quad f(x) + f''(x) = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x = 0$$

B.

$$\text{Είναι} \quad f(0) = \sigma\upsilon\nu 0 + \eta\mu 0 = 1 + 0 = 1 ,$$

$$f'(0) = -\eta\mu 0 + \sigma\upsilon\nu 0 = 0 + 1 = 1$$

$$\text{Οπότε η ζητούμενη εξίσωση είναι η} \quad y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow$$

$$y - 1 = x \Leftrightarrow$$

$$y = x + 1$$

Γ.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} + \eta\mu\frac{\pi}{2} = 0 + 1 = 1 , \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\eta\mu\frac{\pi}{2} + \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$$

$$\text{Οπότε} \quad \lambda f'\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow -\lambda - 2 = 2 \Leftrightarrow \lambda = -4$$

ΘΕΜΑ 3ο

A.

$$\text{Γνωρίζουμε ότι} \quad f_1 = F_1 \quad \text{άρα} \quad f_1 = 0,2$$

$$\text{Επίσης} \quad F_2 = f_1 + f_2 \Leftrightarrow 0,5 = 0,2 + f_2 \Leftrightarrow f_2 = 0,3$$

$$\text{Επειδή} \quad f_3 = 2f_1 \Leftrightarrow f_3 = 0,4$$

$$\text{Από τη σχέση} \quad f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 \Leftrightarrow 0,2 + 0,3 + 0,4 + f_4 = 1 \Leftrightarrow f_4 = 0,1$$

$$F_3 = F_2 + f_3 = 0,5 + 0,4 = 0,9 \quad \text{και} \quad F_4 = 1$$

B.

Ο πίνακας γίνεται

Κλάσεις	Κεντρική Τιμή x_i	Σχετική συχνότητα f_i	$x_i f_i$
[45, 55)	50	0,2	10
[55, 65)	60	0,3	18
[65, 75)	70	0,4	28
[75, 85)	80	0,1	8
Σύνολο	1,00	64

Οπότε $\bar{x} = \sum_{i=1}^k x_i f_i = 64$

Γ.**α.**

Έστω A το ενδεχόμενο : Ο μαθητής έχει βάρος μικρότερο από 65 κιλά

Τότε το ενδεχόμενο A πραγματοποιείται όταν ο μαθητής βρίσκεται στην πρώτη κλάση K_1 ή στην δεύτερη κλάση K_2 , και επειδή $K_1 \cap K_2 = \emptyset$ θα έχουμε

$$P(A) = P(K_1) + P(K_2) = 0,2 + 0,3 = 0,5$$

β.

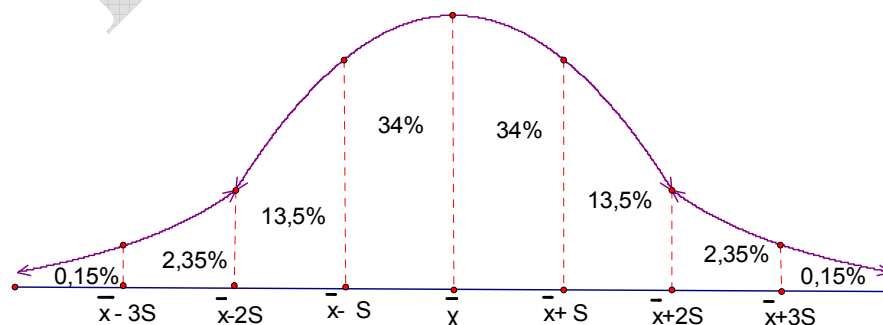
Έστω B το ενδεχόμενο : Ο μαθητής έχει βάρος μεγαλύτερο ή ίσο των 55 κιλών και μικρότερο των 75

Το ενδεχόμενο B πραγματοποιείται όταν ο μαθητής βρίσκεται στην δεύτερη κλάση K_2 ή στην τρίτη K_3 . Και πάλι είναι $K_2 \cap K_3 = \emptyset$, άρα $P(B) = P(K_2) + P(K_3) = 0,3 + 0,4 = 0,7$

ΘΕΜΑ 4ο**A.**

Αφού η κατανομή είναι περίπου κανονική και το 50% χρειάζεται περισσότερο από 12 λεπτά, από την καμπύλη της κανονικής κατανομής, όπως ξέρουμε και φαίνεται και παρακάτω θα είναι $\bar{x} = 12$

Η καμπύλη της κανονικής κατανομής με τα σχετικά ποσοστά είναι η παρακάτω



Αφού το 16% χρειάζεται λιγότερο από 10 λεπτά και είναι

$$0,15\% + 2,35\% + 13,5\% = 16\%$$

όπως φαίνεται από την παραπάνω καμπύλη, αυτό σημαίνει ότι $\bar{x} - s = 10 \Leftrightarrow$
 $12 - s = 10 \Leftrightarrow$
 $s = 2$

B.

$cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{12} \approx 0,166 = 16,6\% > 1$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Γ.

Αφού $\bar{x} = 12$ και $s = 2$, τότε $\bar{x} + s = 14$ και $\bar{x} + 2s = 16$

Επομένως οι μαθητές που κάνουν χρόνο από 14 έως 16 λεπτά βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x} + s, \bar{x} + 2s)$ και το ποσοστό αυτών είναι 13,5 %.

Άρα το ζητούμενο πλήθος είναι $4000 \cdot \frac{13,5}{100} = 540$ μαθητές

Δ.

Αν y_i είναι ο οποιοσδήποτε νέος χρόνος και x_i ο αντίστοιχος παλιός, τότε $y_i = x_i + 5$.

Επομένως, από γνωστή εφαρμογή για τη νέα μέση τιμή, θα είναι $\bar{y} = \bar{x} + 5 \Leftrightarrow$
 $\bar{y} = 12 + 5 = 17$

και τη νέα τυπική απόκλιση $s_y = s_x = 2$

Οπότε ο νέος cv θα είναι $cv_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{2}{17} \approx 0,117 = 11,7\%$

Επομένως ο cv αυξήθηκε κατά $16,6 - 11,7 = 4,9\%$ περίπου