

ΛΥΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΣ 2003

ΘΕΜΑ 1ο

A. Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

B. Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 13

Γ. Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Δ. α. Λ , β. Λ , γ. Σ , δ. Σ , ε Λ

ΘΕΜΑ 2ο

Έστω τα ενδεχόμενα Γ: Ο καθηγητής είναι γυναίκα

 Φ: Ο καθηγητής είναι φιλόλογος

Τότε $\Gamma \cap \Phi$ είναι το ενδεχόμενο : Ο καθηγητής είναι γυναίκα φιλόλογος

Από την υπόθεση έχουμε $P(\Gamma) = 55\%$, $P(\Phi) = 40\%$, $P(\Gamma \cap \Phi) = 30\%$

α.

Το ενδεχόμενο : Ο καθηγητής είναι γυναίκα ή φιλόλογος είναι το $\Gamma \cup \Phi$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } P(\Gamma \cup \Phi) &= P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = \\ &= 55\% + 40\% - 30\% = 65\% \end{aligned}$$

β.

Το ενδεχόμενο : Ο καθηγητής είναι γυναίκα και όχι φιλόλογος είναι το $\Gamma \cap \Phi'$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } P(\Gamma \cap \Phi') &= P(\Gamma) - P(\Gamma \cap \Phi) = \\ &= 55\% - 30\% = 25\% \end{aligned}$$

γ.

Το ενδεχόμενο : Ο καθηγητής είναι άντρας και φιλόλογος είναι το $\Gamma' \cap \Phi$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } P(\Gamma' \cap \Phi) &= P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = \\ &= 40\% - 30\% = 10\% \end{aligned}$$

δ .

Το ενδεχόμενο : Ο καθηγητής είναι άντρας ή φιλόλογος είναι το $\Gamma' \cup \Phi$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε } P(\Gamma' \cup \Phi) &= P(\Gamma') + P(\Phi) - P(\Gamma' \cap \Phi) = \\ &= 1 - P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Gamma' \cap \Phi) = \\ &= 100\% - 55\% + 40\% - 10\% = 75\% \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3ο**A.** γ **B.**

$$f'(x) = \frac{x'(x^2-1) - x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1-x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2} = \frac{-(x^2+1)}{(x^2-1)^2}$$

Επειδή $-(x^2+1) < 0$ και $(x^2-1)^2 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$,
θα είναι $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

Γ.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} [(x+1)f(x)] &= \lim_{x \rightarrow -1} \left[(x+1) \cdot \frac{x}{x^2-1} \right] = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \left[(x+1) \cdot \frac{x}{(x-1)(x+1)} \right] = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Δ.

Αν ω είναι η γωνία, τότε $\epsilon\phi\omega = f'(0) \Leftrightarrow \epsilon\phi\omega = -1$
οπότε $\omega = 135^\circ$ αφού $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$

ΘΕΜΑ 4ο

Οι παρατηρήσεις της Α ομάδας σε αύξουσα σειρά είναι 1, 3, 4, 5, 8, 9
και της Β 4, 5, 6, 7, 12, 14

α.

Η μέση τιμή είναι $\bar{x}_A = \frac{1+3+4+5+8+9}{6} = \frac{30}{6} = 5$

$$\bar{x}_B = \frac{4+5+6+7+12+14}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

Η διάμεσος είναι $\delta_A = \frac{4+5}{2} = 4,5$ και $\delta_B = \frac{6+7}{2} = 6,5$

$$s_A^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 + (9-5)^2}{6} = \frac{46}{6} = \frac{23}{3}$$

Οπότε $s_A = \sqrt{\frac{23}{3}}$ και επομένως $cv_A = \frac{s_A}{\bar{x}_A} = \frac{\sqrt{\frac{23}{3}}}{5} = \frac{\sqrt{23}}{5\sqrt{3}}$

$$s_B^2 = \frac{(4-8)^2 + (5-8)^2 + (6-8)^2 + (7-8)^2 + (12-8)^2 + (14-8)^2}{6} = \frac{82}{6} = \frac{41}{3}$$

Άρα $s_B = \sqrt{\frac{41}{3}}$ και επομένως $cv_B = \frac{s_B}{\bar{x}_B} = \frac{\sqrt{\frac{41}{3}}}{8} = \frac{\sqrt{41}}{8\sqrt{3}}$

β.

Επειδή δεν είναι εύκολη η σύγκριση των cv μπορούμε να ενεργήσουμε ως εξής

$$\text{Έστω ότι } cv_A > cv_B \Leftrightarrow \frac{\sqrt{23}}{5\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{41}}{8\sqrt{3}} \Leftrightarrow 8\sqrt{3}\sqrt{23} > 5\sqrt{3}\sqrt{41}$$

$$8\sqrt{23} > 5\sqrt{41}$$

$$64 \cdot 23 > 25 \cdot 41$$

$$1472 > 1025 \text{ πράγμα αληθές}$$

Οπότε πράγματι $cv_A > cv_B$ και επομένως μεγαλύτερη ομοιογένεια έχει η ομάδα B

γ.

Μετά τις μεταβολές η οποιαδήποτε νέα τιμή y_i της ομάδας A θα γίνει

$$y_i = x_i + \frac{20}{100}x_i \Leftrightarrow y_i = 1,2x_i$$

Από γνωστή εφαρμογή έχουμε $\bar{y} = 1,2\bar{x}_A = 1,2 \cdot 5 = 6$

Η οποιαδήποτε νέα τιμή z_i της ομάδας B θα γίνει $z_i = x_i + 5$

$$\text{οπότε } \bar{z} = \bar{x}_B + 5 = 8 + 5 = 13$$

δ.

Οι νέες τυπικές αποκλίσεις είναι : Για την ομάδα A, $s_y = 1,2s_A = 1,2\sqrt{\frac{23}{3}}$

$$\text{Για την ομάδα B, } s_z = s_B = \sqrt{\frac{41}{3}}$$

Οι νέοι συντελεστές μεταβολής είναι : Για την ομάδα A, $cv'_A = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{1,2\sqrt{\frac{23}{3}}}{1,2 \cdot 5} =$

$$= \frac{\sqrt{23}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{25 \cdot 3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{23}{75}} \approx \sqrt{0,30}$$

$$\text{Για την ομάδα B, } cv'_B = \frac{s_z}{\bar{z}} = \frac{\sqrt{\frac{41}{3}}}{13} =$$

$$= \frac{\sqrt{41}}{13\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{41}}{\sqrt{169 \cdot 3}} =$$

$$= \sqrt{\frac{41}{507}} \approx \sqrt{0,08}$$

Πάλι βλέπουμε ότι $CV'_A > CV'_B$

Δηλαδή μεγαλύτερη ομοιογένεια έχει η ομάδα B