

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ 2000

ΘΕΜΑ 1ο

A. α. Θεωρία : Σχολικό βιβλίο σελίδα 30

- β.** 1) Δ
2) A

B. α. $|A| = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2 \neq 0$ άρα

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

β. $AX = B \Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B$

$$I \cdot X = \begin{bmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{7}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$$z_1 \cdot z_2 = (7 + 8i)(4 - 5i) = 28 - 35i + 32i + 40 = 68 - 3i$$

β.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{7 + 8i}{4 - 5i} = \frac{(7 + 8i)(4 + 5i)}{(4 - 5i)(4 + 5i)} = \frac{28 + 35i + 32i - 40}{16 + 25} = -\frac{12}{41} + \frac{67}{41}i$$

γ.

$$\begin{aligned} z &= z_1 - \bar{z}_2 = 7 + 8i - 4 - 5i = 3 + 3i = 3(1 + i) = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

Οπότε $z^4 = (3\sqrt{2})^4 \left(\cos \frac{4\pi}{4} + i \sin \frac{4\pi}{4} \right) = 81 \cdot 4 (\cos \pi + i \sin \pi) = 324 (-1) = -324$

ΘΕΜΑ 3ο**α.**

Θα πρέπει να ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\alpha x - 2\alpha + 3) = \alpha - 2\alpha + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x-1)}{x-1} = \alpha - 2\alpha + 3$$

$$1 = \alpha - 2\alpha + 3 \Leftrightarrow \alpha = 2$$

β.

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x}{x - 1} = \frac{6}{-3} = -2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 4 + 3) = 3$$

ΘΕΜΑ 4ο**α.**

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ή } x = -1$$

Πρόσημο της f' και μονοτονία της f

x	1	3	5
f'	-	0	+
f	↘ ↗		

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο όταν $x = 3$

Η ελάχιστη κατανάλωση είναι ίση με $f(3) = 7$ λίτρα / 100km

β.

Ο ρυθμός μεταβολής για $x_1 = 2$ είναι $f'(2) = -1$

Ο ρυθμός μεταβολής για $x_2 = 4$ είναι $f'(4) = \frac{5}{3}$