

ΛΥΣΕΙΣ

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ 2000

ΘΕΜΑ 1ο

A.

A. 6, B. 1, Γ. 4, Δ. 5, E. 7, ΣΤ. 8, Ζ. 2

B.

α)

$$\operatorname{Re}(z) = 3 \text{ και } \operatorname{Im}(z) = -4$$

β)

$$\bar{z} = 3 + 4i$$

γ)

$$|z| = \sqrt{9+16} = 5$$

ΘΕΜΑ 2ο

α)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A - I = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Άρα } A^2 = 2A - I$$

β)

$$A^2 = 2A - I \Leftrightarrow I = 2A - A^2 \Leftrightarrow I = A(2I - A)$$

γ)

$$2X - I = A^2 \Leftrightarrow 2X - I = 2A - I \Leftrightarrow 2X = 2A \Leftrightarrow X = A$$

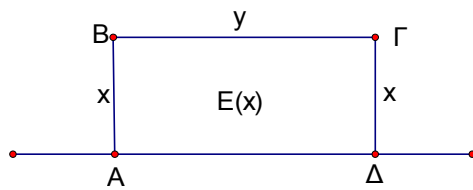
ΘΕΜΑ 3ο

α)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

β)

$$f'(x) = \frac{x'(x^2 + 1) - x(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

ΘΕΜΑ 4ο**α)**

Είναι φανερό ότι με τα 600 m δίκτυο θα φράξει την περιοχή $AB + B\Gamma + \Gamma\Delta = 2x + y$

$$\text{Άρα } 2x + y = 600 \quad (1)$$

$$E(x) = xy \stackrel{(1)}{=} x(600 - 2x) = 600x - 2x^2$$

β)

$$E'(x) = 600 - 4x$$

$$E(x) = 0 \Leftrightarrow 600 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 150$$

$$E(x) > 0 \Leftrightarrow 600 - 4x > 0 \Leftrightarrow x < 150$$

$$E(x) < 0 \Leftrightarrow 600 - 4x < 0 \Leftrightarrow x > 150$$

Οπότε το εμβαδόν γίνεται μέγιστο όταν $x = 150$

γ)

Η μέγιστη τιμή του εμβαδού είναι ίση με $E(150) = 150(600 - 300) = 45000 \text{ m}^2$