

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2002

ΘΕΜΑ 1ο

α.

Πίνακας συχνοτήτων

Βαθμοί x_i	Συχνότητα v_i
7	1
9	1
12	3
15	1
16	1
17	2
18	1
19	1
Σύνολο	11

β.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 7 + 1 \cdot 9 + 3 \cdot 12 + 1 \cdot 15 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 17 + 1 \cdot 18 + 1 \cdot 19}{11} = \frac{154}{11} = 14$$

γ.

Επικρατούσα τιμή είναι η τιμή με την μεγαλύτερη συχνότητα, οπότε $M_0 = 12$

δ.

Διάμεσος είναι η 6^η παρατήρηση η οποία από τον πίνακα συχνοτήτων διαπιστώνουμε ότι έχει τιμή 6, άρα $\delta = 6$

ε.

Η διακύμανση S^2 είναι ίση με $S^2 =$

$$\frac{1 \cdot (7 - 14)^2 + 1 \cdot (9 - 14)^2 + 3 \cdot (12 - 14)^2 + 1 \cdot (15 - 14)^2 + 1 \cdot (16 - 14)^2 + 2 \cdot (17 - 14)^2 + 1 \cdot (18 - 14)^2 + 1 \cdot (19 - 14)^2}{11}$$

$$= \frac{150}{11} \approx 13,63$$

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$$f'(x) = x^2 - x$$

β.

$$f'(0) = 0 \quad \text{και} \quad f'(1) = 0$$

γ.
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 1$

Πρόσημο της f' και μονοτονία της f

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
f'	+	0	- 0	+
f	↗		↘ ↗	

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f είναι :
 Γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $(-\infty, 0]$ και $[1, +\infty)$
 Και γνησίως φθίνουσα στο $[0, 1]$

ΘΕΜΑ 3ο

α.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\lambda x^2 - 1) = \lambda - 1$$

β.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2) = 3$$

γ.

Πρέπει να ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lambda - 1 = 3 = \lambda - 1 \Leftrightarrow \lambda = 4$$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\lambda x^3 - x) = 1 \Leftrightarrow \lambda - 1 = 1 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

β.

Για $\lambda = 2$ έχουμε $f(x) = 2x^3 - x$, οπότε $f'(x) = 6x^2 - 1$

γ.

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x^3 - x) dx = \left[2 \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{2}{4} - \frac{1}{2} - 0 = 0$$