

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2005

ΘΕΜΑ 1ο

α)

Τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	$x_i v_i$
0	11	11	0
1	14	25	14
2	17	42	34
3	5	47	15
4	3	50	12
Αθροίσματα	50	75

β)

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k v_i x_i = \frac{75}{50} = 1,5 \text{ βιβλία}$$

γ)

$$\delta = \frac{25\eta\text{παρατήρηση} + 26\eta\text{παρατήρηση}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5 \text{ βιβλία}$$

δ)

$$R = \text{μέγιστη παρατήρηση} - \text{ελάχιστη παρατήρηση} = 4 - 0 = 4$$

ΘΕΜΑ 2ο

α)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$$

β)

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (\kappa x + \mu) = -\kappa + \mu$$

γ)

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (\kappa x + \mu) = \kappa + \mu$$

δ)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2x + 5 + \ln x) = 1 + 2 + 5 + 0 = 8$$

ε)

$$\text{Πρέπει να ισχύουν : } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \text{ και } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow$$

$$0 = -\kappa + \mu \text{ και } \kappa + \mu = 8 \Leftrightarrow$$

$$\mu = 4 \text{ και } \kappa = 4$$

ΘΕΜΑ 3ο

α)

$$f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0 \text{ και } f'(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 = 4 - 4 = 0$$

β.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 2$$

Πρόσημο της f' και μονοτονία της f

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f	↗		↘		↗

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f :

Είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $(-\infty, 0]$ και $[2, +\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο $[0, 2]$

γ)

$$f''(x) = 2x - 2$$

δ)

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 0$ και τοπικό ελάχιστο για $x = 2$

ε)

Αφού $f'(x) = x^2 - 2x$, θα είναι $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + c$, όπου c πραγματική σταθερά.

$$\text{Όμως } f(0) = 2005, \text{ άρα } 0 - 0 + c = 2005 \Leftrightarrow c = 2005$$

$$\text{Οπότε } f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2005.$$

ΘΕΜΑ 4ο

α)

$$N(0) = 2 \cdot 0^3 - 0^2 + 5 \cdot 0 + 1000 = 1000 \text{ δελφίνια}$$

β)

$$N'(t) = 6t^2 - 2t + 5$$

γ)

$$N'(2) = 6 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5 = 24 - 4 + 5 = 25 \text{ δελφίνια / έτος}$$

δ)

$$N(10) = 2 \cdot 10^3 - 10^2 + 5 \cdot 10 + 1000 = 2000 - 100 + 50 + 1000 = 2950 \text{ δελφίνια}$$