

## ΛΥΣΕΙΣ

### ΙΟΥΝΙΟΣ 2001

#### ΘΕΜΑ 1ο

**α.**

$$\begin{aligned}
 3A - 4B &= 3 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -3-8 & 6+4 \\ 3+8 & 3-4 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -11 & 10 \\ 11 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**β.**

$$\begin{aligned}
 2A + X = 3B &\Leftrightarrow 2 \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + X = 3 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + X = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} \\
 X &= \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \\
 X &= \begin{bmatrix} 6+2 & -3-4 \\ -6-2 & 3-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**γ.**

$$\begin{aligned}
 A^2 + 2B^2 &= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 1+2 & -2+2 \\ -1+1 & 2+1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 4+2 & -2-1 \\ -4-2 & 2+1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -12 & 6 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} 3+12 & 0-6 \\ 0-12 & 3+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -6 \\ -12 & 9 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ 2ο****α.**

$$f'(x) = (3x^3 + 4x^2 - 5x)' = (3x^3)' + (4x^2)' - (5x)' = 9x^2 + 8x - 5, x \in \mathbb{R}$$

**β.**

$$\begin{aligned} f'(x) &= [(x^2 - 1)(x + 1)]' = (x^2 - 1)'(x + 1) + (x + 1)'(x^2 - 1) = \\ &= 2x(x + 1) + 1(x^2 - 1) = \\ &= 2x^2 + 2x + x^2 - 1 = \\ &= 3x^2 + 2x - 1, x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

**γ.**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left( \frac{x^2 + 1}{x - 1} \right)' = \frac{(x^2 + 1)'(x - 1) - (x - 1)'(x^2 + 1)}{(x - 1)^2} = \\ &= \frac{2x(x - 1) - 1(x^2 + 1)}{(x - 1)^2} = \\ &= \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 1}{(x - 1)^2} = \\ &= \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2}, x \in \mathbb{R} - \{1\} \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ 3ο****α.**

$$f'(x) = (3x^2 - 6x + 1)' = (3x^2)' - (6x)' + 1' = 6x - 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow 6x = 6 \Leftrightarrow x = 1$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 6x - 6 > 0 \Leftrightarrow 6x > 6 \Leftrightarrow x > 1$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 6x - 6 < 0 \Leftrightarrow 6x < 6 \Leftrightarrow x < 1$$

Επομένως η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[1, +\infty)$  και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(-\infty, 1]$

**β.**

Σύμφωνα με τα παραπάνω η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο στο  $x = 1$ , το οποίο είναι ίσο με  $f(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 1 = 3 - 6 + 1 = -2$

**ΘΕΜΑ 4ο****α.**

Επικρατούσα τιμή  $M_0$  είναι η τιμή με την μεγαλύτερη συχνότητα άρα  $M_0 = 2$  παιδιά

**β.**

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{20} = \frac{0 + 5 + 16 + 9 + 4}{20} = \frac{34}{20} = 1,7 \text{ παιδιά}$$

γ.

Αριθμός παιδιών ( $x_i$ )	Οικογένειες ( $v_i$ )	Αθροιστική συχνότητα ( $N_i$ )
0	3	3
1	5	8
2	8	16
3	3	19
4	1	20
Σύνολο	20	.....

Λιγότερο από τρία παιδιά έχουν :  $16 = (3 + 5 + 8)$  οικογένειες

netsuccess.gr