

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2003

ΘΕΜΑ 1ο

A.

$$\begin{aligned} f_1'(x) &= (2x^3 + 5x^2 + 7x + 13)' = (2x^3)' + (5x^2)' + (7x)' + (13)' = \\ &= 6x^2 + 10x + 7 + 0 = \\ &= 6x^2 + 10x + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= [(x-1)(x^2-3x)]' = (x-1)'(x^2-3x) + (x^2-3x)'(x-1) = \\ &= 1(x^2-3x) + (2x-3)(x-1) = \\ &= x^2-3x + 2x^2-2x-3x+3 = \\ &= 3x^2-8x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3'(x) &= (x\sigma\upsilon\nu x)' = x'\sigma\upsilon\nu x + (\sigma\upsilon\nu x)'x = \\ &= 1\sigma\upsilon\nu x - (\eta\mu x)x = \\ &= \sigma\upsilon\nu x - x\eta\mu x \end{aligned}$$

$$f_4'(x) = (2\eta\mu x + e^x)' = (2\eta\mu x)' + (e^x)' = 2\sigma\upsilon\nu x + e^x$$

B.

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - x^{-1}$$

$$\text{Άρα } f'(x) = (x - x^{-1})' = x' - (x^{-1})' = 1 + x^{-2}$$

$$f''(x) = (1 + x^{-2})' = 1' + (x^{-2})' = 0 - 2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

ΘΕΜΑ 2ο

A.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-3x} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)}{x} = \frac{3+3}{3} = 2$$

B.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} &= \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3ο**A.**

$$f'(x) = (2x^2 - 4x + 1821)' = (2x^2)' - (4x)' + 1821' = 4x - 4 + 0 = 4x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = 1$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x - 4 > 0 \Leftrightarrow 4x > 4 \Leftrightarrow x > 1$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 4x - 4 < 0 \Leftrightarrow 4x < 4 \Leftrightarrow x < 1$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$

B.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 1$

Γ.

$$\begin{aligned} \text{Για } x = 1 \text{ η τιμή του ελάχιστου είναι ίση με } f(1) &= 2 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 1821 = \\ &= 2 - 4 + 1821 = \\ &= 1819 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4ο**A.**

Αριθμός ατόμων x_i	Αριθμός αυτοκινήτων v_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα f_i	$x_i v_i$
1	8	8	0,16	8
2	15	23	0,30	30
3	18	41	0,36	54
4	5	46	0,10	20
5	4	50	0,08	20
Αθροίσματα	50	1,00	132

B.

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k x_i v_i = \frac{132}{50} = 2,64 \text{ άτομα}$$

Γ.

$$8 + 15 + 18 = 41 \text{ αυτοκίνητα}$$