

ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2004

ΘΕΜΑ 1^ο

α)

$$1) \quad f_1'(x) = (x \ln x)' = x'(\ln x) + x(\ln x)' = 1(\ln x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

$$2) \quad f_2'(x) = \left(\frac{x+1}{e^x} \right)' = \frac{(x+1)'e^x - (e^x)'(x+1)}{(e^x)^2} =$$

$$= \frac{1 \cdot e^x - e^x(x+1)}{(e^x)^2} =$$

$$= \frac{e^x[1 - (x+1)]}{(e^x)^2} =$$

$$= \frac{1 - x - 1}{e^x} = \frac{-x}{e^x}$$

β)

$$1) \quad g_1'(x) = (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)' = (\eta\mu x)' - (\sigma\upsilon\nu x)' = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x$$

$$g_1''(x) = (\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x)' = (\sigma\upsilon\nu x)' + (\eta\mu x)' = -\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$$

$$2) \quad g_2'(x) = (5x^3 - 7x^2 + x + 2004)' = (5x^3)' - (7x^2)' + (x)' + 2004' =$$

$$= 15x^2 - 14x + 1$$

$$g_2''(x) = (15x^2 - 14x + 1)' = (15x^2)' - (14x)' + (1)' =$$

$$= 30x - 14 + 0 =$$

$$= 30x - 14$$

ΘΕΜΑ 2^ο

α)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 9x}{x - 3} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} 3x = 9$$

β)

$$1) \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$2) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\lambda x^2 - \lambda^2) = \lambda - \lambda^2$$

$$3) \quad \text{Θα πρέπει να ισχύει} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$$

$$0 = \lambda - \lambda^2 = 0$$

$$\lambda - \lambda^2 = 0$$

$$\lambda(1 - \lambda) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0 \text{ ή } \lambda = 1$$

ΘΕΜΑ 3^οΠεδίο ορισμού $A_f = \mathbb{R}$ **α)**

$$f'(x) = (x^3 - 12x)' = (x^3)' - (12x)' = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ ή } x = 2$$

Πρόσημο της f' και μονοτονία της f

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
f'	+	0	-	0	+
f	↗		↘		↗

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε ένα από τα διαστήματα $(-\infty, -2]$ και $[2, +\infty)$, και γνησίως φθίνουσα στο $[-2, 2]$

β)

Σύμφωνα με το (α) η f παρουσιάζει για $x = -2$ τοπικό μέγιστο και για $x = 2$ τοπικό ελάχιστο

γ)

Για $x = -2$ έχουμε $f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) = -8 + 24 = 16$

Για $x = 2$ έχουμε $f(2) = (2)^3 - 12(2) = 8 - 24 = -16$

ΘΕΜΑ 4^ο**α)**

Αριθμός καρτών x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα f_i	$x_i v_i$
0	8	8	0,16	0
1	20	28	0,40	20
2	11	39	0,22	22
3	7	46	0,14	21
4	4	50	0,08	16
Αθροίσματα	50	1,00	79

β)

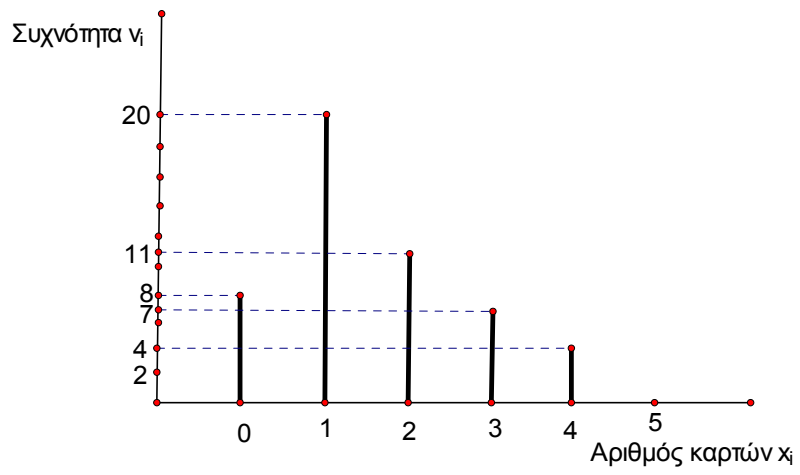
$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k x_i v_i = \frac{79}{50} = 1,58 \text{ κάρτες}$$

γ)

$$7 + 4 = 11 \text{ κάτοικοι}$$

δ)

Το ραβδόγραμμα συχνοτήτων είναι το παρακάτω



netsuccess.gr