

## 2.1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

### ΘΕΩΡΙΑ

1.

**Κλάσμα :** Είναι το μαθηματικό σύμβολο το οποίο δηλώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε το όλον και πόσα μέρη πήραμε

$$\text{Κλάσμα : } \frac{\text{πόσα μέρη πήραμε}}{\text{σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε}} : \frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$$

2.

**Νιοστό :** Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων το χωρίσουμε σε  $v$  ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά ονομάζεται **νιοστό** και συμβολίζεται

$$\text{με } \frac{1}{v}$$

3.

**Κάπα νιοστά :** Το τμήμα (κομμάτι), που αποτελείται από  **$k$  ίσα μέρη εκ των  $v$**  στα οποία έχουμε χωρίσει ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών

αντικειμένων, το συμβολίζουμε με το κλάσμα  $\frac{k}{v}$  και το

διαβάζουμε «κάπα νιοστά». Δηλαδή  $\frac{k}{v} = k \cdot \frac{1}{v}$

Ο αριθμός  $k$  ονομάζεται **αριθμητής**, ο  $v$  **παρονομαστής**.

Οι δύο μαζί ονομάζονται **όροι** του κλάσματος.

**Προσοχή :** **Παρονομαστής** σε κάποιο κλάσμα **δεν** μπορεί να είναι το **0**.

4.

**Κλάσματα μεγαλύτερα από το 1 :** Δεχόμαστε ότι υπάρχουν κλάσματα μεγαλύτερα από το 1.

Είναι τα κλάσματα με αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή

5.

**Συμφωνία :** Κάθε φυσικός αριθμός  $v$  μπορεί να γραφεί με μορφή κλάσματος το

$$\text{οποίο έχει παρονομαστή την μονάδα δηλαδή } v = \frac{v}{1}$$

## ΣΧΟΛΙΑ

### 1.

**Ειδικά κλάσματα :** Είναι τα κλάσματα  $\frac{0}{v}$  και  $\frac{v}{v}$  με  $v \neq 0$ .

$$\text{Ισχύει } \frac{0}{v} = 0 \quad \text{και} \quad \frac{v}{v} = 1$$

Δηλαδή : κλάσμα ίσο με το 0 σημαίνει μόνο ο αριθμητής 0  
κλάσμα ίσο με το 1 σημαίνει όροι ίσοι

### 2.

**Υπολογισμός :** Το κλάσμα  $\frac{k}{v}$  είναι ίσο με το αποτέλεσμα της διαίρεσης  $k : v$

### 3.

**Σύγκριση κλασμάτων με το 1 :**

- Αν ο αριθμητής είναι **μεγαλύτερος** από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι **μεγαλύτερο** του 1
- Αν ο αριθμητής είναι **μικρότερος** από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι **μικρότερο** του 1
- Αν ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι ίσο με το 1

Και στη μαθηματική γλώσσα

αν  $\frac{k}{v} > 1$  τότε  $k > v$  και αντίστροφα

αν  $\frac{k}{v} < 1$  τότε  $k < v$  και αντίστροφα

αν  $\frac{k}{v} = 1$  τότε  $k = v$  και αντίστροφα

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### 1.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με  $\Sigma$  αν είναι σωστές και με  $\Lambda$  αν είναι λανθασμένες

- α) Το κλάσμα  $\frac{3}{4}$  είναι μικρότερο του 1  $\Sigma$
- β) Το  $\frac{1}{5}$  του 100 είναι 25  $\Lambda$
- γ) Τα 20 λεπτά της ώρας είναι τα  $\frac{2}{6}$  της ώρας  $\Sigma$
- δ) Υπάρχει κλάσμα με παρονομαστή 0  $\Lambda$

#### Προτεινόμενη λύση

##### α)

Ναι διότι  $3 < 4$ , άρα η πρόταση είναι σωστή

##### β)

Επειδή  $100 : 5 = 20$ , το  $\frac{1}{5}$  του 100 είναι 20, άρα η πρόταση είναι λάθος

##### γ)

Η ώρα έχει 60 λεπτά, οπότε το  $\frac{1}{6}$  της ώρας είναι  $60 : 6 = 10$  λεπτά και τα  $\frac{2}{6}$  είναι  $2 \cdot 10 = 20$  λεπτά. Άρα η πρόταση είναι σωστή

##### δ)

Όχι δεν υπάρχει, άρα η πρόταση είναι λάθος

### 2.

Για την ομάδα μπάσκετ, ο Ολυμπιακός έχει 15 παίκτες εκ των οποίων οι 7 είναι αλλοδαποί και οι υπόλοιποι Έλληνες.

Να βρείτε τι μέρος του συνόλου των παικτών είναι οι Έλληνες και τι μέρος οι αλλοδαποί.

#### Προτεινόμενη λύση

Οι Έλληνες παίκτες είναι 8 και αντιπροσωπεύουν τα  $\frac{8}{15}$  του συνόλου των παικτών και οι αλλοδαποί τα  $\frac{7}{15}$

3.

Τα 40 αγόρια μιας τάξης είναι τα  $\frac{5}{8}$  του συνόλου των μαθητών. Να βρείτε πόσοι είναι όλοι οι μαθητές.

**Προτεινόμενη λύση**

Τα  $\frac{5}{8}$  του συνόλου των μαθητών είναι 40 αγόρια οπότε

το  $\frac{1}{8}$  των μαθητών θα είναι  $40 : 5 = 8$  επομένως

τα  $\frac{8}{8}$  δηλαδή όλοι οι μαθητές θα είναι  $8 \cdot 8 = 64$

4.

Τρία αδέρφια θα μοιραστούν 300 € ως εξής .

Ο μεγαλύτερος θα πάρει τα  $\frac{5}{12}$  , ο μεσαίος 16 € λιγότερα από τον μεγαλύτερο και ο μικρότερος τα υπόλοιπα. Να βρείτε

**α)** Πόσα χρήματα θα πάρει ο μεγαλύτερος αδελφός ;

**β)** Ποιο μέρος του συνόλου των χρημάτων είναι θα πάρει ο μεσαίος αδελφός ;

**γ)** Ποιο μέρος των χρημάτων του μεγαλύτερου αδελφού είναι τα χρήματα που θα πάρει ο μικρότερος αδελφός ;

**Προτεινόμενη λύση**

**α)**

Το  $\frac{1}{12}$  των 300 € είναι  $\frac{1}{12} \cdot 300 = \frac{300}{12} = 25$

Επομένως τα  $\frac{5}{12}$  θα είναι  $5 \cdot 25 = 125€$

**β)**

Ο μεσαίος αδελφός θα πάρει  $125 - 16 = 109 €$

Αυτά αντιπροσωπεύουν τα  $\frac{109}{300}$  του συνόλου των χρημάτων

**γ)**

Ο μικρότερος αδελφός θα πάρει  $300 - (125 + 109) = 300 - 234 = 66 €$

Αυτά αντιπροσωπεύουν τα  $\frac{66}{125}$  των χρημάτων του μεγαλύτερου αδελφού

5.

Τα  $\frac{8}{9}$  της μάζας του ανθρωπίνου σώματος είναι νερό.

Να βρείτε πόσο νερό περιέχεται σε έναν άνθρωπο 81 κιλών.

**Προτεινόμενη λύση**

Το  $\frac{1}{9}$  των 81 κιλών είναι  $\frac{1}{9} \cdot 81 = \frac{81}{9} = 9$

Επομένως τα  $\frac{8}{9}$  είναι  $8 \cdot 9 = 72$  κιλά.

Δηλαδή σε έναν άνθρωπο 81 κιλών περιέχεται 72 κιλά νερό.

6.

Ένας έμπορος αυτοκινήτων κάνει έκπτωση σε ορισμένα μοντέλα ίση με το  $\frac{1}{8}$  της αξίας τους. Αν το ποσό της έκπτωσης είναι 2500€, να βρείτε την αξία του αυτοκινήτου πριν την έκπτωση.

**Προτεινόμενη λύση**

Το  $\frac{1}{8}$  της αξίας είναι 2500 €, επομένως τα  $\frac{8}{8}$  της αξίας δηλαδή η αξία του αυτοκινήτου είναι  $8 \cdot 2500 = 20000$  €

7.

Θεωρούμε το κλάσμα  $\frac{\kappa}{\lambda}$

Πώς ονομάζονται οι αριθμοί  $\kappa$  και  $\lambda$  ο κάθε ένας ξεχωριστά και πως μαζί ;

Υπάρχουν περιορισμοί που αφορούν τους αριθμούς  $\kappa$  και  $\lambda$  ;

**Προτεινόμενη λύση**

Ο  $\kappa$  ονομάζεται αριθμητής και ο  $\lambda$  παρονομαστής.

Οι δύο μαζί ονομάζονται όροι του κλάσματος.

Δεν επιτρέπεται το  $\lambda$  να είναι ίσο με το 0

8.

Σε μία τάξη τα  $\frac{2}{3}$  των μαθητών μαθαίνουν Αγγλικά. Πόσοι είναι οι μαθητές της τάξης, αν αυτοί που μαθαίνουν Αγγλικά είναι 54.

**Προτεινόμενη λύση**

Αφού τα  $\frac{2}{3}$  των μαθητών είναι 54, το  $\frac{1}{3}$  θα είναι  $54 : 2 = 27$ .

Επομένως όλοι οι μαθητές δηλαδή τα  $\frac{3}{3}$  είναι  $3 \cdot 27 = 81$  μαθητές

**9.**

Τα  $\frac{3}{5}$  του κιλού κρέατος κοστίζουν 6 € πόσο κοστίζουν τα  $\frac{3}{4}$  του κιλού

**Προτεινόμενη λύση**

Αφού τα  $\frac{3}{5}$  του κιλού κοστίζουν 6 € το  $\frac{1}{5}$  κοστίζει  $6 : 3 = 2€$  οπότε

τα  $\frac{5}{5}$  δηλαδή το 1 κιλό κοστίζει  $2 \cdot 5 = 10 €$

Τώρα : τα  $\frac{4}{4}$  κοστίζουν  $10€ = 1000$  λεπτά οπότε το  $\frac{1}{4}$  κοστίζει

$\frac{1}{4} \cdot 1000 = \frac{1000}{4} = 250$  λεπτά και τα  $\frac{3}{4}$  κοστίζουν  $3 \cdot 250 = 750$  λεπτά

**10.**

Τα  $\frac{2}{5}$  του κιλού ενός προϊόντος κοστίζουν 10 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει

α) Το 1 κιλό                    β) Τα  $\frac{7}{4}$  κιλά

**Προτεινόμενη λύση****α)**

Αφού τα  $\frac{2}{5}$  του κιλού κοστίζουν 10 €, το  $\frac{1}{5}$  κοστίζει  $10 : 2 = 5 €$

Οπότε τα  $\frac{5}{5}$  δηλαδή το 1 κιλό κοστίζει  $5 \cdot 5 = 25 €$

**β)**

Τα  $\frac{4}{4}$  κοστίζουν  $25€ = 2500$  λεπτά.

Οπότε το  $\frac{1}{4}$  κοστίζει  $\frac{1}{4} \cdot 2500 = \frac{2500}{4} = 625$  λεπτά.

Άρα τα  $\frac{7}{4}$  κοστίζουν  $7 \cdot 625 = 4375$  λεπτά

**11.**

Να βρείτε πόσα γραμμάρια του κιλού είναι

α) το  $\frac{1}{8}$       β) τα  $\frac{3}{4}$       γ) τα  $\frac{2}{5}$       δ) τα  $\frac{3}{20}$

**Προτεινόμενη λύση**

Το 1 κιλό είναι 1000 γραμμάρια

α)

Το  $\frac{1}{8}$  του κιλού είναι  $\frac{1}{8} \cdot 1000 = \frac{1000}{8} = 125$  γραμμάρια

β)

Το  $\frac{1}{4}$  του κιλού είναι  $\frac{1}{4} \cdot 1000 = \frac{1000}{4} = 250$  γραμμάρια

Επομένως τα  $\frac{3}{4}$  είναι  $3 \cdot 250 = 750$  γραμμάρια

γ)

Το  $\frac{1}{5}$  του κιλού είναι  $\frac{1}{5} \cdot 1000 = \frac{1000}{5} = 200$  γραμμάρια

Επομένως τα  $\frac{2}{5}$  είναι  $2 \cdot 200 = 400$  γραμμάρια

δ)

Το  $\frac{1}{20}$  του κιλού είναι  $\frac{1}{20} \cdot 1000 = \frac{1000}{20} = 50$  γραμμάρια

Επομένως τα  $\frac{3}{20}$  είναι  $3 \cdot 50 = 150$  γραμμάρια