

6.2 ΛΟΓΟΣ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΩΝ – ΑΝΑΛΟΓΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Λόγος ομοειδών μεγεθών : Ονομάζουμε λόγο δύο ομοειδών μεγεθών, που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης, το πηλίκο των μέτρων τους.

2.

Αναλογία: Η ισότητα δύο λόγων (κλασμάτων) ονομάζεται αναλογία .

3.

Όμοια σχήματα: Ονομάζονται δύο σχήματα που το ένα είναι σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου .

4.

Κλίμακα εικόνας ή σχεδίου: Ο λόγος της απόστασης δύο σημείων μιας εικόνας ή ενός σχεδίου , προς την πραγματική τους απόσταση ονομάζεται κλίμακα της εικόνας ή του σχεδίου αντίστοιχα.

5.

Λόγοι πλευρών – λόγοι περιμέτρων : Αν σε δύο παραλληλόγραμμα οι λόγοι των αντιστοίχων πλευρών είναι ίσοι, τότε αυτοί θα είναι ίσοι και με τον λόγο των περιμέτρων τους.

6.

Μία ισοδυναμία : Η αναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμη με την ισότητα $\alpha\delta = \beta\gamma$

(θυμήσου ότι αν δύο κλάσματα είναι ίσα τότε είναι ίσα και τα «χιαστί» γινόμενα των όρων τους).

Επίσης η αναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμη με την $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Κάτι για προσοχή : Μιλάμε μόνο για λόγο **ομοειδών** μεγεθών και με την προϋπόθεση ότι αυτά έχουν μετρηθεί με την **ίδια** μονάδα.

2.

Επεξήγηση του 5 της θεωρίας :

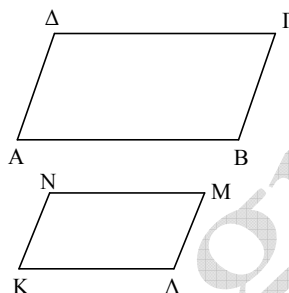
Αν στα διπλανά παραλληλόγραμμα ΑΒΓΔ

και ΚΛΜΝ ισχύει $\frac{AB}{KL} = \frac{BG}{LM}$, τότε

$$\frac{AB}{KL} = \frac{BG}{LM} = \frac{AB + BG + \Gamma\Delta + \Delta A}{KL + LM + MN + NK}$$

Γενίκευση του παραπάνω

Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$



3.

Κάτι χρήσιμο: $\frac{\text{απόσταση σχεδίου}}{\text{πραγματική απόσταση}} = \text{κλίμακα}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Δύο ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ έχουν μέτρα 15cm και 2dm αντίστοιχα.

Να βρείτε τον λόγο $\frac{AB}{\Gamma\Delta}$

Προτεινόμενη λύση

$$\Gamma\Delta = 2\text{dm} = 2 \cdot 10\text{cm} = 20\text{cm}, \text{ οπότε } \frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Θεωρία 1
Σχόλιο 1

2.

Ένα τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει πλευρά ίση με α και ένα άλλο τετράγωνο ΚΛΜΝ έχει πλευρά ίση με 4α. Να υπολογίσετε τον λόγο της περιμέτρου του ΑΒΓΔ προς την περίμετρο του ΚΛΜΝ.

Προτεινόμενη λύση

Η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι ίση με $\Pi_1 = 4\alpha$ και του ΚΛΜΝ είναι $\Pi_2 = 16\alpha$.

Οπότε $\frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \frac{4\alpha}{16\alpha} = \frac{1}{4}$

Θεωρία 1

3.

Ένα τρίγωνο έχει μήκη πλευρών x , $x + 3$ και $x + 4$ μέτρα και ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαστάσεις 5 και 8 μέτρα.

- α) Να γράψετε τη σχέση που συνδέει την περίμετρο του τριγώνου με το x .
 β) Αν ο λόγος της περιμέτρου του τριγώνου προς την περίμετρο του ορθογωνίου είναι 2, να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.

Προτεινόμενη λύση

α)

Η περίμετρος του τριγώνου είναι $\Pi_{\tau} = x + x + 3 + x + 4 = 3x + 7$

β)

Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι $\Pi_{\text{op}} = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 = 10 + 16 = 26$

Λόγω της υπόθεσης έχουμε $\frac{\Pi_{\tau}}{\Pi_{\text{op}}} = 2$ άρα $\frac{3x + 7}{26} = 2$

Θεωρία 1-6

$$3x + 7 = 52 \text{ άρα}$$

$$3x = 52 - 7$$

$$3x = 45$$

$$x = 45 : 3 = 15$$

Επομένως οι πλευρές του τριγώνου έχουν μήκη 15, 18 και 19 μέτρα

4.

Για δύο ποσά a και β ισχύει $\frac{a}{4} = \frac{\beta}{6}$. Αν γνωρίζετε ότι $a + \beta = 20$, να υπολογίσετε τα a και β .

Προτεινόμενη λύση

$$\frac{a}{4} = \frac{\beta}{6} = \frac{a + \beta}{4 + 6} = \frac{20}{10} = 2 \text{ οπότε } \frac{a}{4} = 2 \text{ άρα } a = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\text{και } \frac{\beta}{6} = 2 \text{ άρα } \beta = 2 \cdot 6 = 12$$

Θεωρία 5
Σχόλιο 2

5.

Σε έναν πίνακα το ύψος ενός ανθρώπου είναι 10cm, ενώ το πραγματικό του ύψος είναι 1,80m. Να βρείτε πόσο μικρότερα είναι τα αντικείμενα του πίνακα σε σχέση με το πραγματικό τους μέγεθος.

Προτεινόμενη λύση

Το πραγματικό ύψος του ανθρώπου είναι $1,80\text{m} = 1,80 \cdot 100 = 180\text{cm}$

Ο λόγος του ύψους στον πίνακα προς το πραγματικό ύψος, δηλαδή η κλίμακα του

πίνακα είναι $\frac{10}{180} = \frac{1}{18} = 1:18$

Θεωρία 4

Επομένως τα αντικείμενα στον πίνακα είναι 18 φορές μικρότερα

6.

Σε έναν χάρτη με κλίμακα 1: 700000, μία απόσταση AB έχει μήκος 25cm.
Να βρείτε την πραγματική απόσταση AB.

Προτεινόμενη λύση

Αν x είναι η πραγματική απόσταση, ισχύει $\frac{1}{700000} = \frac{25}{x}$ άρα

$$x = 25 \cdot 700000 = 17500000$$

Επομένως η πραγματική απόσταση είναι $x = 17500000 \text{ cm} =$

$$= (17500000 : 100000) \text{ km} =$$

$$= 175 \text{ km}$$

Θεωρία 4
Σχόλιο 3

7.

Ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου έχει διαστάσεις 10 και 15 cm σε σχέδιο με κλίμακα 1: 200 . Να βρείτε τις πραγματικές διαστάσεις του οικοπέδου .

Προτεινόμενη λύση

Αν x και y είναι οι πραγματικές διαστάσεις, τότε $\frac{1}{200} = \frac{10}{x}$ άρα

$$x = 10 \cdot 200 = 2000$$

και $\frac{1}{200} = \frac{15}{y}$ άρα

$$y = 15 \cdot 200 = 3000$$

Δηλαδή οι πραγματικές διαστάσεις του οικοπέδου είναι

$$x = 2000 \text{ cm} = (2000 : 100) \text{ m} = 20 \text{ m}$$

$$y = 3000 \text{ cm} = (3000 : 100) \text{ m} = 30 \text{ m}$$

8.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Κλίμακα	1:2	1:50	
Μήκος σχεδίου	5cm		8cm
Πραγματικό μήκος		40m	20m

Προτεινόμενη λύση**1^η στήλη**

Αν x είναι το πραγματικό μήκος, τότε $\frac{1}{2} = \frac{5}{x}$ άρα $x = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$

2^η στήλη

Αν y είναι το μήκος στο σχέδιο, τότε $\frac{1}{50} = \frac{y}{40}$ άρα $50y = 40$ οπότε
 $y = 40 : 50 = 0,8$

Δηλαδή το μήκος στο σχέδιο είναι $y = 0,8\text{m}$

3^η στήλη

Είναι $20\text{m} = 2000\text{cm}$ οπότε, αν $\frac{1}{x}$ είναι η κλίμακα τότε $\frac{1}{x} = \frac{8}{2000}$ άρα
 $8x = 2000$
 $x = 2000 : 8 = 250$

Επομένως η κλίμακα είναι $\frac{1}{250}$

Ο πίνακας συμπληρωμένος

Κλίμακα	1:2	1:50	1:250
Μήκος σχεδίου	5cm	0,8m	8cm
Πραγματικό μήκος	10cm	40m	20m

9.

Η πλευρά ενός τετραγώνου σε ένα σχέδιο με κλίμακα 3 : 120 είναι 12 cm.

Να υπολογίσετε την πραγματική περίμετρο του τετραγώνου.

Προτεινόμενη λύση

Αν x είναι το πραγματικό μήκος της πλευράς, τότε $\frac{3}{120} = \frac{12}{x}$
 $3x = 12 \cdot 120$
 $x = 1440 : 3 = 480$

Συνεπώς το πραγματικό μήκος της πλευράς είναι 480cm και επομένως η περίμετρος
 Π είναι $\Pi = 4 \cdot 480 = 1920 \text{ cm}$

10.

Μία αίθουσα ενός σχολείου έχει διαστάσεις 8m και 10m . Ένας μαθητής, θέλοντας να σχεδιάσει μία σύμκρυνση της αίθουσας, σχεδίασε ορθογώνιο με διαστάσεις 1,5 cm και 2,5 cm . Είναι το σχέδιο του μαθητή σμίκρυνση της αίθουσας;

Προτεινόμενη λύση

Είναι $\frac{1,5}{8} = \frac{3}{16}$ και $\frac{2,5}{10} = \frac{1}{4}$

Επειδή $\frac{3}{16} \neq \frac{1}{4}$, η κλίμακα με την οποία έγινε η σμίκρυνση των πλευρών δε είναι ίδια επομένως το σχέδιο δεν αποτελεί σμίκρυνση της αίθουσας.

netsuccess.gr