

6.1 ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΗΜΕΙΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Σύστημα καθέτων ημιαξόνων: Είναι δύο κάθετες μεταξύ τους ημιευθείες μία οριζόντια και μία κατακόρυφη. Την **οριζόντια** την ονομάζουμε **Ox** και την λέμε **ημιάξονα των x** ή **ημιάξονα των τετμημένων** και την **κατακόρυφη Oy** και την λέμε **ημιάξονα των y** ή **ημιάξονα τεταγμένων των y**. Τις ημιευθείες τις βαθμολογούμε με την ίδια μονάδα μέτρησης.

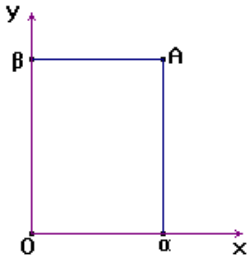
2.

Διατεταγμένο ζεύγος : Το ζεύγος (α, β) στο οποίο το γράμμα **a** είναι **πρώτο** και το **β** **δεύτερο** το λέμε **διατεταγμένο ζεύγος**.

3.

Αντιστοιχία σημείων – διατεταγμένων ζευγών :

Έστω το παρακάτω σύστημα ημιαξόνων και το σημείο A



Από το A φέρνουμε κάθετο στον οριζόντιο άξονα και έστω **a** ο αριθμός που αντιστοιχεί στο ίχνος της, και κάθετο στον κατακόρυφο άξονα με **β** τον αριθμό που αντιστοιχεί στο ίχνος της.

Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι στο σημείο **A** αντιστοιχεί το **διατεταγμένο ζεύγος (α, β)** και συμβολίζουμε με **$A(\alpha, \beta)$** .

Τον αριθμό **a** τον λέμε **τετμημένη** του σημείου A ενώ τον **β** **τεταγμένη του A**. Τους δύο αριθμούς μαζί τους λέμε **συντεταγμένες** του σημείου A.

Αντίστροφα: Κάθε διατεταγμένο ζεύγος (α, β) αντιστοιχεί σε ένα σημείο του επιπέδου.

4.

Ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων : Λέμε το σύστημα των ημιαξόνων οι οποίοι είναι κάθετοι μεταξύ τους και έχουν βαθμολογηθεί με την ίδια μονάδα .

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Σημεία με τεταγμένη 0 : Είναι όλα τα σημεία του ημιάξονα των x

2.

Σημεία με τετμημένη 0 : Είναι όλα τα σημεία του ημιάξονα των y

3.

Σημεία με την ίδια τετμημένη: Βρίσκονται σε ημιευθεία παράλληλη στον άξονα των y

4.

Σημεία με την ίδια τεταγμένη: Βρίσκονται σε ημιευθεία παράλληλη στον άξονα των x

5.

Το ζεύγος (0 , 0) : Αντιστοιχεί στην αρχή των ημιαξόνων

6.

Ορθογώνιο σύστημα ημιαξόνων : Λέμε το σύστημα των ημιαξόνων οι οποίοι είναι κάθετοι μεταξύ τους και έχουν βαθμολογηθεί με διαφορετική μονάδα

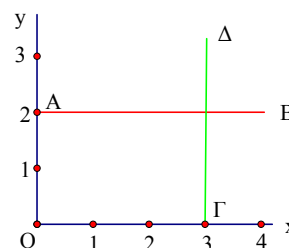
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων με μονάδα το 1cm να σχεδιάσετε την ημιευθεία πάνω στην οποία βρίσκονται τα σημεία με τεταγμένη 2 και την ημιευθεία πάνω στην οποία βρίσκονται τα σημεία με τετμημένη 3.

Απάντηση

Στον ημιάξονα Oy , στο σημείο που αντιστοιχεί ο αριθμός 2, φέρνουμε την ημιευθεία $AB \parallel Ox$. Πάνω σ' αυτή βρίσκονται τα σημεία με τεταγμένη 2. Ομοίως η ημιευθεία $\Gamma\Delta \parallel Oy$ είναι εκείνη πάνω στην οποία βρίσκονται τα σημεία με τετμημένη 3



2.

Να γράψετε όλα τα διατεταγμένα ζεύγη που προκύπτουν από τους αριθμούς 0, 1, 3 και στην συνέχεια να παραστήσετε τα ζεύγη αυτά με σημεία ενός επιπέδου

Απάντηση

Τα ζητούμενα διατεταγμένα ζεύγη είναι τα

$(0, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 3)$, $(1, 1)$, $(1, 0)$,

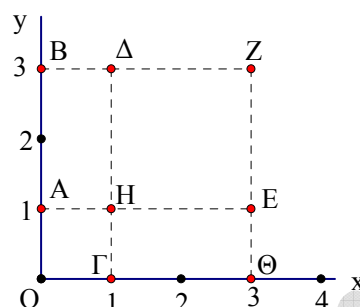
$(1, 3)$, $(3, 3)$, $(3, 0)$, $(3, 1)$

και η παράσταση αυτών φαίνεται στο διπλανό

σχήμα όπου

$O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(0, 3)$, $H(1, 1)$, $\Gamma(1, 0)$,

$\Delta(1, 3)$, $Z(3, 3)$, $\Theta(3, 0)$, $E(3, 1)$

**3.**

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

α) Ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων δύο ημιάξονες που είναι μεταξύ τους και έχουν βαθμολογηθεί με την μονάδα

β) Το σημείο $A(a, 0)$ βρίσκεται στον ημιάξονα

γ) Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων το σημείο $O(0, 0)$ ονομάζεται των ημιάξονων

δ) Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων ο ημιάξονας Ox ονομάζεται ημιάξονας των

ε) Η τετμημένη και η τεταγμένη ενός σημείου ονομάζονται του σημείου

Απάντηση

α)

Ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων δύο ημιάξονες που είναι **κάθετοι** μεταξύ τους και έχουν βαθμολογηθεί με την **ίδια** μονάδα

β)

Το σημείο $A(a, 0)$ βρίσκεται στον ημιάξονα **των τετμημένων** ή **στον ημιάξονα των x**.

γ)

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων το σημείο $O(0, 0)$ ονομάζεται **αρχή** των ημιάξονων

δ)

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιάξονων ο ημιάξονας Oy ονομάζεται ημιάξονας των **τεταγμένων**

ε)

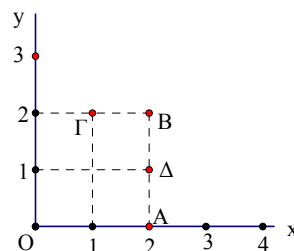
Η τετμημένη και η τεταγμένη ενός σημείου ονομάζονται **συντεταγμένες** του σημείου

4.

Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A , B , Γ , Δ

Απάντηση

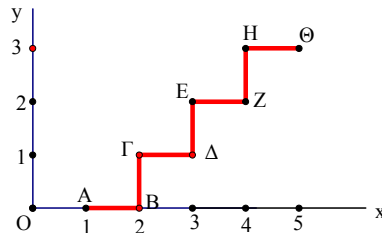
Είναι $A(2, 0)$, $B(2, 2)$, $\Gamma(1, 2)$ και $\Delta(2, 1)$



5.

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων να τοποθετήσετε τα σημεία $A(1, 0)$, $B(2, 0)$, $\Gamma(2, 1)$, $\Delta(3, 1)$, $E(3, 2)$, $Z(4, 2)$, $H(4, 3)$, $\Theta(5, 3)$ και να σχεδιάσετε την τεθλασμένη γραμμή $AB\Gamma\Delta EZH\Theta$.

Απάντηση



6.

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων να τοποθετήσετε τα σημεία $A(2, 2)$, $B(2, 5)$ και $\Gamma(5, 2)$ και να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ από την άποψη των πλευρών και των γωνιών του

Προτεινόμενη λύση

Παρατηρώντας το διπλανό σχήμα διαπιστώνουμε ότι, αφού τα σημεία A και B έχουν την ίδια τετμημένη θα είναι $AB \parallel Oy$

Επίσης αφού τα σημεία A και Γ έχουν την ίδια τεταγμένη θα είναι $A\Gamma \parallel Ox$.

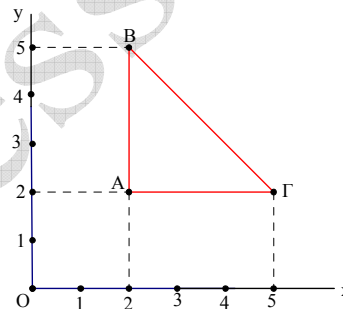
Και επειδή $Ox \perp Oy$ θα είναι $AB \perp A\Gamma$.

Άρα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

Ακόμα $A\Gamma = 5 - 2 = 3$ μονάδες και

$AB = 5 - 2 = 3$ μονάδες άρα

$AB = A\Gamma$ συνεπώς το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές



7.

Σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων να τοποθετήσετε τα σημεία $B(2, 2)$, $\Delta(4, 6)$, $A(0, 2)$ και $\Gamma(6, 6)$

α) Να σχεδιάσετε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$

β) Αν K , Λ , M , N είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ και ΔA αντίστοιχα, να προσδιορίσετε από το σχέδιο τις συντεταγμένες των K , Λ , M και N .

γ) Συγκρίνοντας τις συντεταγμένες του K με το ημιάθροισμα των αντιστοίχων συντεταγμένων των A και B
του Λ με το ημιάθροισμα των αντιστοίχων συντεταγμένων των B και Γ
του M με το ημιάθροισμα των αντιστοίχων συντεταγμένων των Δ και Γ
του N με το ημιάθροισμα των αντιστοίχων συντεταγμένων των A και Δ ,

τί παρατηρείτε;

Προτεινόμενη λύση

α)

Το $AB\Gamma\Delta$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα

β)

Από το σχήμα βλέπουμε ότι

$K(1, 2)$, $\Lambda(4, 4)$, $M(5, 6)$ και $N(2, 4)$

γ)

Η τετμημένη του K είναι 1 και το

ημιάθροισμα των τετμημένων των A και B

είναι $\frac{0+2}{2} = 1$

Η τεταγμένη του K είναι 2 και το

ημιάθροισμα των τεταγμένων των A και B είναι $\frac{2+2}{2} = 2$

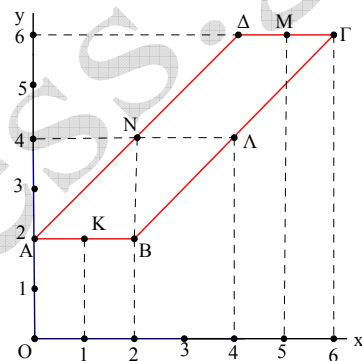
Η τετμημένη του K είναι ίση με το ημιάθροισμα των τετμημένων των A και B και η

τεταγμένη του K είναι ίση με το ημιάθροισμα των τεταγμένων των A και B

Δηλαδή οι συντεταγμένες του μέσου K του τμήματος AB είναι ίσες με το

ημιάθροισμα των αντιστοίχων συντεταγμένων των άκρων του A και B

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε και για τα υπόλοιπα σημεία



8.

Δύο φίλοι ταξίδεψαν με ιδιωτικό αυτοκίνητο από την Αθήνα στη Θήβα .

Η διαδρομή φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί .

Με την βοήθεια του διαγράμματος μπορείτε να απαντήσετε στα ερωτήματα ;

- α) Πόσο απέχει η Θήβα από την Αθήνα;
- β) Πόση ώρα ταξίδεψαν για να φτάσουν από την Αθήνα στην Θήβα και με τι ταχύτητα;
- γ) Σταμάτησαν στην Θήβα και αν ναι πόση ώρα;
- δ) Έκαναν άλλη στάση κατά την διάρκεια του ταξιδιού και αν ναι σε ποια χρονική στιγμή και πόσο διήρκεσε η στάση;
- ε) Σε ποια απόσταση από την Αθήνα έγινε η στάση ;
- στ) Ποια ήταν η συνολική διάρκεια του ταξιδιού ;
- ζ) Ποια ήταν η μέση ταχύτητα για όλο το ταξίδι;
- η) Αν στην επιστροφή δεν έκαναν στάση πόση ώρα θα διαρκούσε το ταξίδι , με την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει άλλη ταχύτητα από αυτή που περιγράφεται στο διάγραμμα ;

Προτεινόμενη λύση

α)

Η Αθήνα είναι στο σημείο Α.
Ξεκίνησαν το ταξίδι στις 10 και μετά από μία ώρα δηλαδή στις 11 έφτασαν στην θέση Θ που είναι η Θήβα και όπως βλέπουμε στο σχέδιο απέχει από την Αθήνα 80 km.

β)

Όπως είπαμε παραπάνω ταξίδεψαν 1 ώρα με ταχύτητα 80 km/h .

γ)

Όπως βλέπουμε στο διάγραμμα από τις 11 έως τις 11 και 45 έμειναν ακίνητοι. Επομένως για 45 λεπτά έμειναν στη Θήβα.

δ)

Στις 11 και 45 ξεκίνησαν το ταξίδι της επιστροφής και στις 12 και 15 έφτασαν στην θέση Γ όπου έκαναν στάση μέχρι τις 12 και 45. Δηλαδή η στάση διήρκεσε 30 λεπτά.

ε)

Η θέση Γ όπως εύκολα διαπιστώνουμε απέχει 40 km από την Αθήνα.

στ)

Το ταξίδι τελείωσε όταν έφτασαν στη θέση Ε και όπως φαίνεται στο σχέδιο αυτό έγινε στις 13 και 45. Επομένως η διάρκεια του ταξιδιού ήταν από τις 10 μέχρι τις 13 και 45, δηλαδή η διάρκεια του ήταν 3 ώρες και 45 λεπτά.

ζ)

Ο χρόνος κατά τον οποίο εκινείτο το αμάξι ήταν :

1 ώρα από την Αθήνα στην Θήβα + 30 λεπτά από την Θήβα έως την θέση Γ + 1 ώρα από την θέση Γ στην θέση Ε = 2 ώρες και 30 λεπτά = 2,5 ώρες
και διάνυσε 160 Km. Άρα η μέση ταχύτητά του ήταν $160 : 2,5 = 64 \text{ km / h}$

η)

Επειδή όπως αναφέραμε παραπάνω κατά τη επιστροφή έκαναν στάση 30 λεπτών, αν δεν γίνονταν η στάση το ταξίδι θα διαρκούσε 3 ώρες και 15 λεπτά .

