

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

### ΘΕΩΡΙΑ

#### 1<sup>ο</sup> Θέμα

- α) Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης και να καθορίσετε τι αντιπροσωπεύει κάθε μεταβλητή που περιέχεται σ' αυτή.
- β) Πότε μία Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια ;
- γ) Η ισότητα  $286 = 17 \cdot 15 + 31$  είναι ισότητα Ευκλείδειας διαίρεσης ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας .

#### 2<sup>ο</sup> Θέμα

- α) Τι ονομάζουμε μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος AB;
- β) Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος και ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα που έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ;
- γ) Πως μπορούμε να βρούμε το μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος χρησιμοποιώντας τον κανόνα και τον διαβήτη ;

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### 1<sup>η</sup> Άσκηση

- α) Να αναλύσετε τους αριθμούς 24 , 12 και 15 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- β) Να βρείτε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο και τον μέγιστο κοινό διαιρέτη των παραπάνω αριθμών.
- γ) Από τρεις συμμαθητές ο πρώτος πηγαίνει σινεμά κάθε 24 ημέρες , ο δεύτερος κάθε 12 ημέρες και ο τρίτος κάθε 15 ημέρες . Αν σήμερα βρέθηκαν στο σινεμά και οι τρεις μαζί , να βρείτε μετά από πόσες ημέρες θα ξανά βρεθούν και οι τρεις μαζί στο σινεμά και πόσες φορές μέχρι τότε θα έχει πάει ο καθένας μόνος του.

#### 2<sup>η</sup> Άσκηση

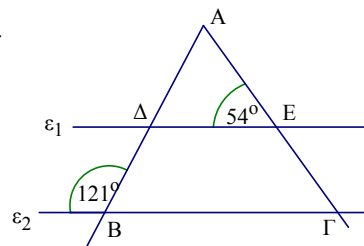
Δίνονται οι παραστάσεις  $\alpha = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6}$  ,  $\beta = \frac{5}{3} : \frac{8}{7} - \frac{1}{4}$  ,  $\gamma = \frac{1}{3} \left( \frac{5}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) + 5$

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$
- β) Να διατάξετε τους αριθμούς  $\alpha$  ,  $\beta$  ,  $\gamma$  από τον μικρότερο προς το μεγαλύτερο, χρησιμοποιώντας σχετικό σύμβολο ανισότητας.

#### 3<sup>η</sup> Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες.

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.
- β) Να καθορίσετε το είδος του τριγώνου με κριτήριο της γωνίας του.
- γ) Αν  $AB = x + 0,8$  ,  $AG = x + 1,2$  ,  $BΓ = x + 2,4$  και η περίμετρος του τριγώνου είναι 16,4 , να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.



## (ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

### 1<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

α)

Αν  $\alpha$  είναι ο διαιρετέος και  $\beta$  ο διαιρέτης, τότε η ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης είναι η  $\alpha = \beta\pi + \upsilon$  με  $0 \leq \upsilon < \beta$ .

Το πηλίκο της εν λόγω διαίρεσης είναι το  $\pi$  και το υπόλοιπο  $\upsilon$

β)

Μία Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια όταν το υπόλοιπο είναι 0.

γ)

Η ισότητα  $286 = 17 \cdot 15 + 31$  δεν είναι ισότητα Ευκλείδειας διαίρεσης, διότι  $31 > 17$  και  $31 > 15$

### 2<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

α)

Μέσο ενός ευθυγράμμου τμήματος ονομάζουμε το σημείο που χωρίζει το ευθύγραμμο τμήμα σε δύο ίσα ευθύγραμμα τμήματα.

β)

Ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος την κάθετο στο μέσο του ευθυγράμμου τμήματος.

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.

γ)

Κατασκευάζοντας την μεσοκάθετο με κανόνα και διαβήτη το σημείο στο οποίο αυτή τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα είναι το μέσο του.

### 1<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$24 = 3 \cdot 8 = 3 \cdot 2^3, \quad 12 = 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2 \quad \text{και} \quad 15 = 3 \cdot 5$$

β)

$$\text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2^3 \cdot 5 = 3 \cdot 8 \cdot 5 = 120 \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = 3$$

γ)

Ο πρώτος πηγαίνει σινεμά μετά από αριθμό ημερών που είναι πολλαπλάσιο του 24, ο δεύτερος μετά από πολλαπλάσιο του 12 και ο τρίτος μετά από πολλαπλάσιο του 15.

Επομένως και οι τρεις μαζί θα ξαναβρεθούν στο σινεμά, για πρώτη φορά μετά από σήμερα, μετά από αριθμό ημερών που είναι ίσος με το ΕΚΠ των 24, 12 και 15, δηλαδή μετά από 120 ημέρες.

Επειδή  $120 : 24 = 5$ , ο πρώτος θα έχει πάει μόνος του  $5 - 1 = 4$  φορές

Επίσης  $120 : 12 = 10$ , άρα ο δεύτερος θα έχει πάει  $10 - 1 = 9$  φορές

και  $120 : 15 = 8$ , συνεπώς ο τρίτος θα έχει πάει  $8 - 1 = 7$  φορές

### 2<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\alpha = \frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} - \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\beta = \frac{5}{3} : \frac{8}{7} - \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 8} - \frac{1}{4} = \frac{35}{24} - \frac{1}{4} = \frac{35}{24} - \frac{6}{24} = \frac{29}{24}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{3} \left( \frac{5}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) + 5 = \frac{1}{3} \left( \frac{20}{12} + \frac{9}{12} - \frac{2}{12} \right) + 5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{27}{12} + 5 \\ &= \frac{3}{4} + 5 = \frac{3}{4} + \frac{20}{4} = \frac{23}{4} \end{aligned}$$

β)

$$\alpha = \frac{1}{12} = \frac{2}{24}, \quad \beta = \frac{29}{24} \quad \text{και} \quad \gamma = \frac{23}{4} = \frac{138}{24}$$

Επειδή  $2 < 29 < 138$ , είναι  $\frac{2}{24} < \frac{29}{24} < \frac{138}{24}$  δηλαδή  $\frac{1}{12} < \frac{29}{24} < \frac{23}{4}$

### 3<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Η γωνία  $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$  ως παραπληρωματική της γωνίας των  $121^\circ$  είναι  $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ$

Ακόμα  $\widehat{A\hat{E}\Delta} = \widehat{A\hat{\Gamma}B}$  ως εντός εκτός,

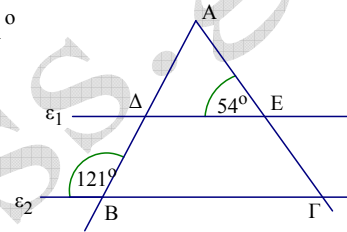
άρα  $\widehat{A\hat{\Gamma}B} = 54^\circ$

Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^\circ$  άρα

$$\widehat{A} + 59^\circ + 54^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{A} + 113^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{A} = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$$



β)

Επειδή όλες οι γωνίες είναι οξείες το τρίγωνο είναι οξυγώνιο

γ)

$$AB + A\Gamma + B\Gamma = 16,4 \quad \text{άρα} \quad x + 0,8 + x + 1,2 + x + 2,4 = 16,4$$

$$3x + 4,4 = 16,4$$

$$3x = 16,4 - 4,4 = 12$$

$$x = 12 : 3 = 4$$

Οπότε  $AB = 4 + 0,8 = 4,8$ ,  $A\Gamma = 4 + 1,2 = 5,2$  και  $B\Gamma = 4 + 2,4 = 6,4$