

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4

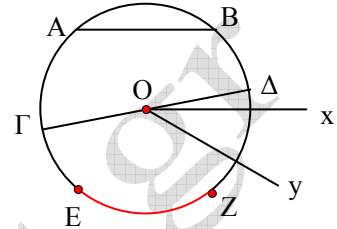
ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

- Ποιοι αριθμοί λέγονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι ;
- Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους ;
- Πώς συμβολίζουμε την νιοστή δύναμη του φυσικού αριθμού a και με τι ισούται;
- Να γράψετε το τετράγωνο και τον κύβο του αριθμού a

2^ο Θέμα

- Τι ονομάζουμε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα ρ ;
- Στο διπλανό σχήμα να καθορίσετε τι αντιπροσωπεύει για τον κύκλο κάθε ένα από τα παρακάτω
 - Το σημείο O
 - Το ευθύγραμμο τμήμα AB
 - Το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$
 - Το ευθύγραμμο τμήμα $ΟΔ$
 - Το μέρος του κύκλου με άκρα E και Z (κόκκινο)
 - Η γωνία $x \hat{O} y$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1^η Άσκηση

- Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$$A = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) : \frac{4}{5} - (-18) : \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)$$

$$B = (1,6 + 8,4) \cdot 23,4 + (23,2 - 3,2) : 2$$

- Αν $B = 244$ να αναλύσετε την παράσταση B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του B με το 11

2^η Άσκηση

Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία \hat{A} σε μοίρες είναι ίση με τον μέγιστο κοινό διαιρέτη των αριθμών 60 και 80 , και η γωνία \hat{B} είναι τετραπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

- Να βρείτε τον $M\kappa\Delta$ των αριθμών 60 και 80 .
- Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και να χαρακτηρίσετε το είδος του τριγώνου με κριτήριο τις γωνίες του.

3^η Άσκηση

Ένα προϊόν, στις εκπτώσεις, πωλείται μετά από έκπτωση 20% στην τιμή των 380€ . Μετά τις εκπτώσεις έγινε αύξηση στην τιμή που αυτό επωλείτο την περίοδο των εκπτώσεων κατά 22% . Να βρείτε την τιμή του προϊόντος πριν τις εκπτώσεις και μετά τις εκπτώσεις.

(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

α)

Πρώτοι ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο από τον εαυτό τους και την μονάδα, ενώ σύνθετοι οι αριθμοί που δεν είναι πρώτοι.

β)

Δύο αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν έχουν ΜΚΔ την μονάδα

γ)

Την νιοστή δύναμη του a την συμβολίζουμε με $a^ν$ και ισχύει $a^ν = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ όπου το πλήθος των παραγόντων στο γινόμενο είναι ν .

δ)

Τα τετράγωνο του a είναι το a^2 και ο κύβος το a^3

2^ο Θέμα (απάντηση)

α)

Ονομάζουμε κύκλο με κέντρο το O και ακτίνα ρ το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν από το O απόσταση ίση με ρ

β)

i) Το σημείο O είναι το κέντρο του κύκλου

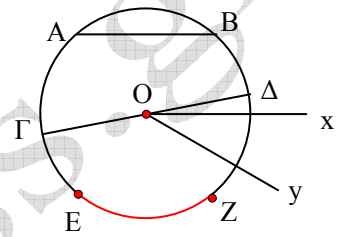
ii) Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι χορδή του κύκλου

iii) Το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι διάμετρος του κύκλου

iv) Το ευθύγραμμο τμήμα OD είναι ακτίνα του κύκλου

v) Το μέρος του κύκλου με άκρα E και Z (κόκκινο) είναι τόξο του κύκλου

vi) Η γωνία $x\hat{O}y$ είναι επίκεντρη γωνία στον κύκλο



1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\begin{aligned} A &= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) : \frac{4}{5} - (-18) : \left(-\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) = \\ &= \left(+\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{5}{4} - (-18) : \left(-\frac{5}{6} + \frac{4}{6}\right) = \\ &= \left(+\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{15}{32}\right) - (-18) : \left(-\frac{1}{6}\right) = \\ &= \left(+\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{15}{32}\right) - (-18) : (-6) = \\ &= \left(+\frac{9}{8}\right) + \left(-\frac{15}{32}\right) - (+3) = \frac{9}{8} - \frac{15}{32} - 3 = \frac{36}{32} - \frac{15}{32} - \frac{96}{32} = -\frac{75}{32} \end{aligned}$$

$$B = (1,6 + 8,4) \cdot 23,4 + (23,2 - 3,2) : 2 = 10 \cdot 23,4 + 20 : 2 = 234 + 10 = 244$$

β)

$$244 = 2 \cdot 122 = 2 \cdot 2 \cdot 61 = 2^2 \cdot 61$$

γ)

Εκτελώντας την διαίρεση του 244 με το 11 βρίσκουμε πηλίκο 22 και υπόλοιπο 2. Επομένως η ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης είναι η $244 = 11 \cdot 22 + 2$

2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Αναλύοντας τους αριθμούς 60 και 80 σε γινόμενα πρώτων παραγόντων βρίσκουμε

$$\text{ότι } 60 = 3 \cdot 5 \cdot 2^2 \text{ και } 80 = 5 \cdot 2^4$$

$$\text{Οπότε } \text{ΜΚΔ}(60, 80) = 5 \cdot 2^2 = 20$$

β)

$$\text{Από το (α) είναι } \hat{A} = 20^\circ$$

$$\text{Αν } \hat{\Gamma} = x^\circ \text{ τότε } \hat{B} = 4x^\circ. \text{ Αλλά } \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \text{ άρα}$$

$$20^\circ + x^\circ + 4x^\circ = 180^\circ$$

$$20^\circ + 5x^\circ = 180^\circ$$

$$5x^\circ = 180^\circ - 20^\circ$$

$$5x^\circ = 160^\circ$$

$$x = 160 : 5 = 32^\circ$$

$$\text{Συνεπώς } \hat{\Gamma} = 32^\circ \text{ και } \hat{B} = 4 \cdot 32^\circ = 128^\circ$$

Επειδή η \hat{B} είναι αμβλεία το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο

3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

Αν x ήταν η τιμή του προϊόντος πριν τις εκπτώσεις, τότε η έκπτωση στην τιμή αυτή

είναι $\frac{20}{100}x = 0,2x$ και επομένως η τιμή του προϊόντος μετά την έκπτωση ήταν

$$x - 0,2x = 0,8x$$

Όμως η τιμή του προϊόντος μετά την έκπτωση είναι 380€.

$$\text{Άρα έχουμε την εξίσωση } 0,8x = 380 \text{ οπότε } x = 380 : 0,8 = 475\text{€}$$

Δηλαδή η τιμή του προϊόντος πριν τις εκπτώσεις ήταν 475 €

$$\text{Μετά τις εκπτώσεις η αύξηση της τιμής του προϊόντος ήταν } \frac{22}{100} \cdot 380 = 83,6 \text{ €}$$

$$\text{Επομένως η τιμή του προϊόντος μετά τις εκπτώσεις ήταν } 380 + 83,6 = 463,6 \text{ €}$$