

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

### ΘΕΩΡΙΑ

#### 1<sup>ο</sup> Θέμα

- α) Τι ονομάζουμε  $v$ -στη δύναμη ( $v \geq 2$ ) ενός πραγματικού αριθμού  $\alpha$  και πως την συμβολίζουμε ;
- β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες
- i)  $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} =$
  - ii)  $\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} =$
  - iii)  $(\alpha\beta)^{\nu} =$
  - iv)  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} =$
  - v)  $(\alpha^{\mu})^{\nu} =$
  - vi)  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} =$  με  $\alpha \neq 0$  και  $\beta \neq 0$
  - vii) αν  $\alpha \neq 0$  τότε  $\alpha^0 =$  και  $\alpha^{-v} =$
- γ) Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση
- i)  $5^{v+2} - 5^{v+1} = \dots\dots\dots$   
 α.  $5^{v+1}$       β.  $5^v$       γ.  $4 \cdot 5^{v+1}$       δ.  $5$       ε.  $5^{(v+2):(v+1)}$
  - ii)  $4 \cdot 3^{v+3} - 10 \cdot 3^{v+2} = \dots\dots\dots$   
 α.  $-6 \cdot 3^{v+1}$       β.  $-6 \cdot 3^{v+5}$       γ.  $-6 \cdot 3^{2v+5}$       δ.  $18 \cdot 3^{v+2}$       ε.  $2 \cdot 3^{v+2}$
  - iii) αν  $x^{k+\lambda} = 1$  τότε  
 α.  $k = \lambda$       β.  $k + \lambda \neq 0$       γ.  $x = 0$       δ.  $x \neq 0$       ε.  $k = -\lambda$

#### 2<sup>ο</sup> Θέμα

- A.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά
- α) Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν ..... ημίτονα και ..... συνημίτονα και εφαπτομένες
  - β)  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots$
  - γ) Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \dots$
  - δ) Για το τρίγωνο ΑΒΓ με βάση τον νόμο των ημιτόνων ισχύει : .....
  - ε) Αν δυο γωνίες  $\omega$  και  $\phi$  με  $0^\circ < \omega, \phi < 180^\circ$  έχουν ίσα ημίτονα τότε είναι ..... ή .....
- B.** Αν η τελική πλευρά ΟΜ μιας γωνίας  $x\hat{O}M = \omega$  βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων και το σημείο Μ έχει συντεταγμένες  $(x, y)$  με  $OM = \rho$ , τότε να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς :  $\eta\mu\omega$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega$  και  $\epsilon\phi\omega$  καθορίζοντας και το πρόσημο ενός εκάστου.

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### 1<sup>η</sup> Άσκηση

Αν  $\alpha - \beta = -2$  και  $x + y = 4$ , να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$$A = 5x + 2\beta - 2\alpha + 5y$$

$$B = 4(x + y + 5\alpha) - 20\beta$$

$$\Gamma = 7x + 2\alpha - 5\beta + 2y + 3\alpha + 5y$$

$$\Delta = \alpha x - \beta x + \alpha y - \beta y$$

## 2<sup>η</sup> Άσκηση

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με βάση ΒΓ

α) Δείξτε ότι οι διχοτόμοι ΒΔ και ΓΕ είναι ίσες.

β) Αν οι ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο Ι, δείξτε ότι η ΑΙ είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$

## 3<sup>η</sup> Άσκηση

Έστω  $A = (x - 1)^3 - x(x^2 - 4x - 2) + 7$  και  $B = 2x^2 - 8$

α) Δείξτε ότι  $A = x^2 + 5x + 6$

β) Να λύσετε την εξίσωση  $(x - 2)A = B$

## (ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

### 1<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

α)

Ονομάζουμε  $n$ -στή δύναμη ( $n \geq 2$ ) ενός πραγματικού αριθμού  $a$  το γινόμενο  $a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  όπου ο παράγοντας  $a$  είναι  $n$  φορές.

Το γινόμενο αυτό το συμβολίζουμε με  $a^n$ , δηλαδή  $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$

β)

Με βάση την θεωρία έχουμε

$$i) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$ii) a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$iii) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$iv) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

$$v) (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$vi) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0 \text{ και } b \neq 0$$

$$vii) \text{αν } a \neq 0 \text{ τότε } a^0 = 1 \text{ και } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

γ)

$$i) 5^{v+2} - 5^{v+1} = 5^{v+1}(5 - 1) = 4 \cdot 5^{v+1} \text{ επομένως σωστό είναι το } \gamma.$$

$$ii) 4 \cdot 3^{v+3} - 10 \cdot 3^{v+2} = 3^{v+2}(4 \cdot 3 - 10) = 2 \cdot 3^{v+2} \text{ επομένως σωστό είναι το } \epsilon$$

$$iii) x^{k+\lambda} = 1 \text{ άρα } x^{k+\lambda} = x^0 \text{ οπότε } k + \lambda = 0 \text{ δηλαδή } k = -\lambda$$

Επομένως σωστό είναι το  $\epsilon$

### 2<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

Α.

α) Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν **ίσα** ημίτονα και **αντίθετα** συνημίτονα και εφαπτομένες

$$\beta) \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

$$\gamma) \text{Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει } a^2 = b^2 + \gamma^2 - 2b\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

$$\delta) \text{Για το τρίγωνο ΑΒΓ με βάση τον νόμο των ημιτόνων ισχύει } \frac{a}{\eta\mu A} = \frac{b}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$$

ε) Αν δυο γωνίες  $\omega$  και  $\phi$  με  $0^\circ < \omega, \phi < 180^\circ$  έχουν ίσα ημίτονα τότε είναι  $\omega = \phi$  ή  $\omega + \phi = 180^\circ$

**B.**

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho} > 0 \text{ δεδομένου ότι } y > 0 \text{ και } \rho > 0$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho} < 0 \text{ δεδομένου ότι } x < 0 \text{ και } \rho > 0$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{y}{x} < 0 \text{ δεδομένου ότι } x < 0 \text{ και } y > 0$$

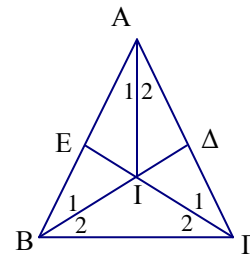
**1<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)**

$$A = 5x + 2\beta - 2\alpha + 5y = 5(x + y) - 2(\alpha - \beta) = 5 \cdot 4 - 2 \cdot (-2) = 24$$

$$\begin{aligned} B &= 4(x + y + 5\alpha) - 20\beta = 4x + 4y + 20\alpha - 20\beta = \\ &= 4(x + y) + 20(\alpha - \beta) = \\ &= 4 \cdot 4 + 20 \cdot (-2) = -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= 7x + 2\alpha - 5\beta + 2y + 3\alpha + 5y = 7x + 7y + 5\alpha - 5\beta = \\ &= 7(x + y) + 5(\alpha - \beta) = \\ &= 7 \cdot 4 + 5 \cdot (-2) = 18 \end{aligned}$$

$$\Delta = \alpha x - \beta x + \alpha y - \beta y = \alpha(x + y) - \beta(x + y) = (x + y)(\alpha - \beta) = 4 \cdot (-2) = -8$$

**2<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)****α)**Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\epsilon\Gamma$  έχουν $AB = A\Gamma$  ( υπόθεση) $\hat{A}$  = κοινή και $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$  ως μισά των ίσων γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$ Επομένως είναι ίσα, άρα θα είναι και  $B\Delta = \Gamma\epsilon$ **β)**Αφού  $\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$  ως μισά των ίσων γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$ , το τρίγωνο  $B\Gamma\epsilon$  είναι ισοσκελές με  $B\epsilon = \Gamma\epsilon$ .Τότε τα τρίγωνα  $AB\epsilon$  και  $A\Gamma\epsilon$  έχουν  $AB = A\Gamma$ ,  $B\epsilon = \Gamma\epsilon$  και  $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ ,επομένως είναι ίσα, άρα θα είναι και  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ , δηλαδή η  $A\epsilon$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$ **3<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)****α)**

$$\begin{aligned} A &= (x - 1)^3 - x(x^2 - 4x - 2) + 7 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - x^3 + 4x^2 + 2x + 7 = \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

**β)**

$$(x - 2)A = B \quad \text{άρα} \quad (x - 2)(x^2 + 5x + 6) = 2x^2 - 8$$

$$(x - 2)(x^2 + 5x + 6) = 2(x^2 - 4)$$

$$(x - 2)(x^2 + 5x + 6) - 2(x^2 - 4) = 0$$

$$(x - 2)(x^2 + 5x + 6) - 2(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x + 3) - 2(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)[(x + 3) - 2] = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ή} \quad x = -2 \quad \text{ή} \quad x = -1$$

\* Το τριώνυμο  $x^2 + 5x + 6$  έχει ρίζες  $x = -2$  και  $x = -3$ .  
Οπότε γράφεται  $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

netsuccess.gr