

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

A. α) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού και πως την συμβολίζουμε ;

β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις

i) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots$

ii) Για οποιονδήποτε αριθμό a ισχύει $\sqrt{a^2} = \dots$

iii) Αν $\sqrt{a^2} = a$ τότε ο a είναι

iv) Αν $\sqrt{a^2} = -a$ τότε ο a είναι

v) Αν x, a μη αρνητικοί και $\sqrt{a} = x$ τότε ισχύει

vi) Αν $x > 0$ και $\sqrt{25} = x$ τότε ισχύει $x = \dots$

vii) Αν a, β μη αρνητικοί τότε ισχύει $\sqrt{a \cdot \beta} = \dots$

viii) Αν $a \geq 0$ και $\beta > 0$ τότε $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \dots$

B. Σε κάθε παράσταση της στήλης A να αντιστοιχίσετε το ισοδύναμό της από τη στήλη B

Στήλη A	Στήλη B
α. $\sqrt{16}$	1. Δεν ορίζεται
β. $\sqrt{-16}$	2. 4
γ. $-\sqrt{16}$	3. 0,2
δ. $\sqrt{4^2}$	4. -4
ε. $\sqrt{(-4)^2}$	5. 10^2
στ. $\sqrt{-4^2}$	6. 10^3
ζ. $\sqrt{0,04}$	7. 0,02
η. $\sqrt{10^6}$	8. 3
θ. $\sqrt{\sqrt{81}}$	9. 9

2^ο Θέμα

A. Να συμπληρώσετε τα κενά

α) Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν δυο του ενός και η από αυτές γωνία είναι

β) Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν μία του ενός και οι σε αυτή γωνίες είναι

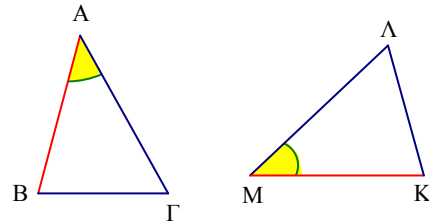
γ) Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν οι του ενός είναι μία προς μία με τις

δ) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν δύο είναι ίσες

ε) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία ίση και μία

γωνία ίση

- B.** Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $K\Lambda M$ είναι ίσα και ισχύει $AB = MK$ και $\hat{A} = \hat{M}$.
Να γράψετε τις ιδιότητες των υπολοίπων κυρίων στοιχείων των τριγώνων



- Γ.** Για δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ ισχύουν

i) $AB = \Delta E$, $AG = \Delta Z$, $B\Gamma = EZ$

ii) $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$

iii) $AB = \Delta E$, $\hat{A} = \hat{E}$, $\hat{\Delta} = \hat{B}$

iv) $AB = \Delta E$, $B\Gamma = EZ$, $\hat{\Delta} = \hat{E}$

v) $AB = \Delta E$, $B\Gamma = EZ$, $\hat{A} = \hat{E}$

Να εξετάσετε σε ποιες από τις παραπάνω περιπτώσεις τα τρίγωνα είναι ίσα και σε ποιες ενδεχομένως να μην είναι ίσα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

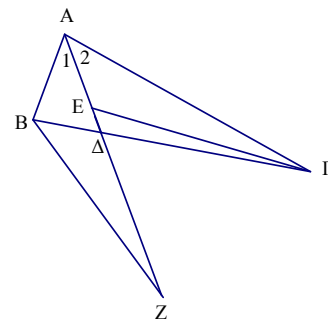
1^η Άσκηση

Έστω γωνία ω με $0 \leq \omega \leq 180^\circ$ και $\text{συν}\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- α) Να καθορίσετε το είδος της γωνίας ω
β) Να βρεθούν το $\eta\omega$ και η $\epsilon\omega$
γ) Να βρεθεί το μέτρο της γωνίας ω

2^η Άσκηση

Έστω το διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του AG . Στην AG παίρνουμε σημεία E και Z έτσι ώστε $AE = AB$ και $AZ = AG$.



- α) Δείξτε ότι $\hat{A}\hat{\Gamma}E = \hat{A}\hat{Z}B$
β) Το Z ισαπέχει από τις AB και AG

3^η Άσκηση

- α) Να κάνετε γινόμενο παραγόντων τις παραστάσεις
 $3x^2 + 6x$, $x^2 - 4x + 4$, $2x^2 - 8$, $x^3 - 8$

- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζονται τα κλάσματα $A = \frac{3x^2 + 6x}{2x^2 - 8}$

και $B = \frac{x^3 - 8}{4(x^2 - 4x + 4)}$

- γ) Να λύσετε την εξίσωση $A = B$

(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

A. α)

Ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x έναν άλλο θετικό αριθμό που αν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον x . Την τετραγωνική ρίζα του x την συμβολίζουμε με \sqrt{x}

A. β)

Με βάση την θεωρία έχουμε i) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

ii) Για οποιονδήποτε αριθμό a ισχύει $\sqrt{a^2} = |a|$

iii) Αν $\sqrt{a^2} = a$ τότε ο a είναι **θετικός ή μηδέν**

iv) Αν $\sqrt{a^2} = -a$ τότε ο a είναι **αρνητικός ή μηδέν**

v) Αν x, a μη αρνητικοί και $\sqrt{a} = x$ τότε ισχύει $a = x^2$

vi) Αν $x > 0$ και $\sqrt{25} = x$ τότε ισχύει $x = 5$

vii) Αν a, β μη αρνητικοί τότε ισχύει $\sqrt{a \cdot \beta} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta}$

viii) Αν $a \geq 0$ και $\beta > 0$ τότε $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$

B.

Με βάση την θεωρία έχουμε

$\alpha \rightarrow 2, \beta \rightarrow 1, \gamma \rightarrow 4, \delta \rightarrow 2, \epsilon \rightarrow 2, \sigma\tau \rightarrow 1, \zeta \rightarrow 3, \eta \rightarrow 6, \theta \rightarrow 8$

2^ο Θέμα (απάντηση)

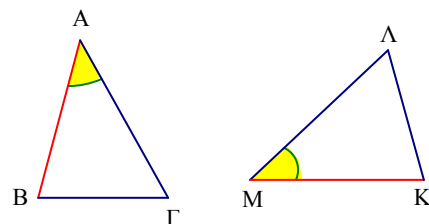
A.

Με βάση την θεωρία έχουμε

- Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν δυο **πλευρές** του ενός και η **περιεχόμενη** από αυτές γωνία είναι **ίσες με δύο πλευρές του άλλου και την περιεχόμενη από αυτές γωνία**
- Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν μία **πλευρά** του ενός και οι **προσκειμένες** σε αυτή γωνίες είναι **ίσες με μία πλευρά του άλλου και τις προσκειμένες σε αυτή γωνίες**
- Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν οι **πλευρές** του ενός είναι **ίσες** μία προς μία με τις **πλευρές του άλλου τριγώνου**
- Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν δύο **πλευρές του ενός** είναι **ίσες με δύο αντίστοιχες πλευρές του άλλου**
- Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία **αντίστοιχη πλευρά** ίση και μία **αντίστοιχη γωνία** ίση

B.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες και απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές έχουμε $\hat{B} = \hat{K}, B\Gamma = \Lambda K, A\Gamma = M\Lambda, \hat{\Lambda} = \hat{\Gamma}$



Γ.

Με βάση τη θεωρία έχουμε ότι

- i) Τα τρίγωνα είναι ίσα (Π-Π-Π)
- ii) Δεν ξέρουμε ισότητα πλευράς οπότε μπορεί να είναι ίσα μπορεί και όχι
- iii) Τα τρίγωνα είναι ίσα (Γ-Π-Γ)
- iv) Δεν ξέρουμε
- v) Δεν ξέρουμε

1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)**α)**

Επειδή $\sin \omega < 0$, $\eta \omega$ είναι αμβλεία

β)

$$\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1 \quad \text{άρα} \quad \eta\mu^2 \omega + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$$

$$\eta\mu^2 \omega + \frac{3}{4} = 1$$

$$\eta\mu^2 \omega = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\eta\mu \omega = \pm \frac{1}{2} \quad \text{και επειδή} \quad 0 \leq \omega \leq 180^\circ, \quad \text{είναι} \quad \eta\mu \omega = \frac{1}{2}$$

$$\text{Τότε} \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

γ)

$$\eta\mu \omega = \frac{1}{2} \quad \text{άρα} \quad \eta\mu \omega = \eta\mu 30^\circ \quad \text{οπότε} \quad \omega = 30^\circ \quad \text{ή} \quad \omega = 150^\circ$$

και επειδή ω αμβλεία, είναι $\omega = 150^\circ$

2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)**α)**

Τα τρίγωνα AZB και AΓE έχουν

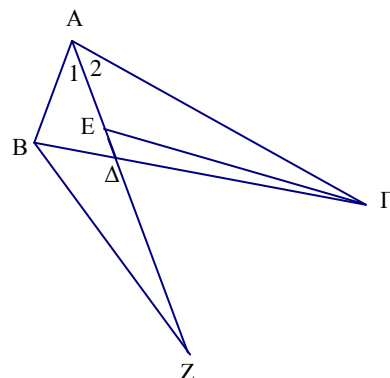
$$AE = AB, \quad AZ = A\Gamma \quad \text{και} \quad \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα.

Επομένως $A\hat{\Gamma}E = A\hat{Z}B$ ως αντίστοιχες γωνίες

β)

Επειδή το Z είναι σημείο της διχοτόμου AΔ της γωνίας $B\hat{A}\Gamma$, αυτό ισαπέχει από τις πλευρές AB και AΓ της γωνίας.

**3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)****α)**

$$3x^2 + 6x = 3x(x + 2),$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2,$$

$$2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x - 2)(x + 2)$$

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

β)

Το Α ορίζεται όταν $2x^2 - 8 \neq 0$ άρα $2(x-2)(x+2) \neq 0$
 $x \neq 2$ και $x \neq -2$

Το Β ορίζεται όταν $x^2 - 4x + 4 \neq 0$ άρα $(x-2)^2 \neq 0$
 $x \neq 2$

γ)

Με τους περιορισμούς $x \neq 2$ και $x \neq -2$ η εξίσωση διαδοχικά γίνεται

$$\frac{3x^2 + 6x}{2x^2 - 8} = \frac{x^3 - 8}{4(x^2 - 4x + 4)} \quad \text{άρα} \quad \frac{3x(x+2)}{2(x-2)(x+2)} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{4(x-2)^2}$$

$$\frac{3x}{2(x-2)} = \frac{(x^2 + 2x + 4)}{4(x-2)}$$

$$4(x-2) \frac{3x}{2(x-2)} = 4(x-2) \frac{(x^2 + 2x + 4)}{4(x-2)}$$

$$6x = x^2 + 2x + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

Απορρίπτεται λόγω των περιορισμών επομένως η εξίσωση είναι αδύνατη