

1.3 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Νιοστή δύναμη του a : Είναι η παράσταση που συμβολίζουμε με a^v

2.

Βάση – εκθέτης : Στην δύναμη a^v , το a λέγεται βάση και το v εκθέτης

3.

Τετράγωνο του a : Είναι η δύναμη a^2

4.

Κύβος του a : Είναι η δύναμη a^3

5.

Συμφωνία : $a^1 = a$

6.

Δυνάμεις του 1 : $1^v = 1$ για οποιαδήποτε τιμή του v

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Η δύναμη a^v σαν γινόμενο : $a^v = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_{v\text{-φορές}}$

2.

Δυνάμεις του 10 : Η δύναμη 10^v ισούται με την μονάδα και τόσα μηδενικά όσα μας δείχνει το v δηλαδή $10^v = 1 \underbrace{000\dots00}_{v\text{-μηδενικά}}$

3.

Δεκαδικό ανάπτυγμα αριθμού : Ο οποιοσδήποτε φυσικός αριθμός $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon$ γράφεται
 $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon = \alpha 10^4 + \beta 10^3 + \gamma 10^2 + \delta 10^1 + \epsilon$

4.

Αριθμητική παράσταση : Μια σειρά αριθμών που συνδέονται με τα γνωστά σύμβολα των πράξεων

5.

Προτεραιότητα : Για να υπολογίσουμε την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης εκτελούμε τις σημειωμένες πράξεις με την εξής σειρά :

- 1) Υπολογίζουμε τις δυνάμεις
- 2) Εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς
- 3) Εκτελούμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις μία — μία από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Αν υπάρχουν παρενθέσεις πρώτα εκτελούμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να γραφούν με την βοήθεια δυνάμεων οι παραστάσεις

α) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

β) $a \cdot a \cdot a \cdot a$

γ) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k$,

δ) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x + 10000 + y \cdot y \cdot y \cdot y$

Προτεινόμενη λύση

α) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

β) $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$

γ) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k = 2^5 k^6$

δ) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x + 10000 + y \cdot y \cdot y \cdot y = x^5 + 10^4 + y^4$

Σχόλια 1-2

2.

Να γράψετε το δεκαδικό ανάπτυγμα των αριθμών (με την βοήθεια δυνάμεων του 10)

α) 521

β) 2030

γ) 45681

δ) 5478923

Προτεινόμενη λύση

α) $521 = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1$

β) $2030 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 0$

γ) $45681 = 4 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 1$

δ) $5478923 = 5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3$

Σχόλια 2-3

3.

Να γράψετε τους αριθμούς

$$\alpha) 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \quad \beta) 6 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 4$$

στη συνεπτυγμένη μορφή

Σχόλια 2-3

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 = 356$$

$$\begin{aligned} \beta) 6 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 4 &= 6 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + \\ &\quad + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 4 \\ &= 6 \cdot 10000000 + 7 \cdot 1000000 + 2 \cdot 100000 + \\ &\quad + 0 \cdot 10000 + 0 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 4 \\ &= 67200004 \end{aligned}$$

4.

Ποιες δυνάμεις του 10 είναι οι αριθμοί

$$\alpha) 100000 \quad \beta) 100 \quad \gamma) 1000000000 \quad \delta) 1000$$

Σχόλιο 2

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) 100000 = 10^5$$

$$\beta) 100 = 10^2$$

$$\gamma) 1000000000 = 10^9$$

$$\delta) 1000 = 10^3$$

5.

Ν γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) 3 \cdot 2^3 + 12 \cdot (20 - 16) + 3 \cdot (3^2 + 1) \quad \beta) 7 \cdot (6 - 4)^2 + 6^2 + 4^3 - (5^2 - 4^2)^2$$

Προτεινόμενη λύση

Σχόλια 5-1

α)

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^3 + 12 \cdot (20 - 16) + 3 \cdot (3^2 + 1) &= 3 \cdot 2^3 + 12 \cdot (20 - 16) + 3 \cdot (9 + 1) = \\ &= 3 \cdot 2^3 + 12 \cdot 4 + 3 \cdot 10 = \\ &= 3 \cdot 8 + 12 \cdot 4 + 3 \cdot 10 = 24 + 48 + 30 = 102 \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} 7 \cdot (6 - 4)^2 + 6^2 + 4^3 - (5^2 - 4^2)^2 &= 7 \cdot (6 - 4)^2 + 6^2 + 4^3 - (25 - 16)^2 = \\ &= 7 \cdot 2^2 + 6^2 + 4^3 - 9^2 = \\ &= 7 \cdot 4 + 36 + 64 - 81 = \\ &= 28 + 36 + 64 - 81 = \\ &= 64 + 64 - 81 = 128 - 81 = 47 \end{aligned}$$

6.

Αν $\kappa = x + x + x + x + x$, $\lambda = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 y y y y y$

α) Να γράψετε τους αριθμούς κ και λ με ποιο σύντομη μορφή

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = (25\kappa + 7 - 8\lambda)^2 + 84$

και να γράψετε το αποτέλεσμα με μορφή δύναμης όταν $x = 1$ και $y = 1$

Προτεινόμενη λύση

Σχόλια 5-1

α)

$$\kappa = x + x + x + x + x = 5x$$

$$\lambda = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 y y y y y = 2^4 y^5$$

β)

Όταν $x = 1$ και $y = 1$, είναι $\kappa = 5 \cdot 1 = 5$ και $\lambda = 2^4 \cdot 1^5 = 16 \cdot 1 = 16$

$$\text{Οπότε } A = (25 \cdot 5 + 7 - 8 \cdot 16)^2 + 84 = (125 + 7 - 128)^2 + 84 =$$

$$= (132 - 128)^2 + 84 =$$

$$= 4^2 + 84 = 16 + 84 =$$

$$= 100 = 10^2$$

7.

Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) 2 \cdot 5^2 + 2^3 - (4 + 2)^2 \quad \beta) 2^4 + 3^2 + 2^3 + 3^3 \quad \gamma) (12 - 4)^2 + 6 \cdot 3^3$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$2 \cdot 5^2 + 2^3 - (4 + 2)^2 = 2 \cdot 5^2 + 2^3 - 6^2 =$$

$$= 2 \cdot 25 + 8 - 36 =$$

$$= 50 + 8 - 36 =$$

$$= 58 - 36 = 22$$

$$\beta) 2^4 + 3^2 + 2^3 + 3^3 = 16 + 9 + 8 + 27 = 60$$

$$\gamma) (12 - 4)^2 + 6 \cdot 3^3 = 8^2 + 6 \cdot 3^3 = 64 + 6 \cdot 27 = 64 + 162 = 226$$

8.

Στα παρακάτω κενά να βάλετε το κατάλληλο από τα σύμβολα : = , < , >

$$\alpha) 3^2 \dots 2 \cdot 3 \quad \beta) 2^3 \dots 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad \gamma) 4 \cdot 3 \dots 4^3 \quad \delta) 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots 123$$

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) 3^2 = 9 \text{ και } 2 \cdot 3 = 6 \quad \text{άρα } 3^2 > 2 \cdot 3$$

$$\beta) 2^3 = 8 \text{ και } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \quad \text{άρα } 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\gamma) 4 \cdot 3 = 12 \text{ και } 4^3 = 64 \quad \text{άρα } 4 \cdot 3 < 4^3$$

$$\delta) 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14 \quad \text{άρα } 1^2 + 2^2 + 3^2 < 123$$