

2.6 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Διαίρεση φυσικών : Πολλαπλασιάζουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του Διαιρέτη.

2.

Διαίρεση κλασμάτων : Ομοίως πολλαπλασιάζουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

3.

Σύνθετο κλάσμα : Είναι το κλάσμα που ένας τουλάχιστον από τους όρους του είναι επίσης κλάσμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά

α) $\frac{\alpha}{\beta} : \dots = \frac{\alpha \cdot \kappa}{\beta \cdot \lambda}$

β) $\frac{\kappa}{\lambda} : \alpha = \dots$

γ) Σύνθετο κλάσμα λέγεται το κλάσμα που έναςείναι κλάσμα

δ) $\alpha : \beta = \alpha \cdot \dots$

Προτεινόμενη λύση

α) $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\lambda}{\kappa} = \frac{\alpha \cdot \kappa}{\beta \cdot \lambda}$

β) $\frac{\kappa}{\lambda} : \alpha = \frac{\kappa}{\lambda} \cdot \frac{1}{\alpha}$

γ) Σύνθετο κλάσμα λέγεται το κλάσμα που ένας **τουλάχιστον όρος του** είναι κλάσμα

δ) $\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$

2.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με λ αν είναι λανθασμένες

α) Στην διαίρεση ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα Λ

β) $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\alpha}{\beta} = 1$ Σ

γ) $\frac{\alpha}{\beta} : \left(\frac{\kappa}{\lambda} : \frac{\mu}{\nu} \right) = \left(\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\kappa}{\lambda} \right) \cdot \frac{\nu}{\mu}$ Λ

δ) $5\frac{3}{4} : \frac{3}{4} = 5$ Λ

ε) $\frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma} = \frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}}$ Σ

Προτεινόμενη λύση

α)

Όχι, αφού $12:3=4$ ενώ $3:12=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ Πρόταση λάθος

β)

Ναι, διότι αν ο διαιρετέος είναι ίσος με τον διαιρέτη, το πηλίκο είναι 1

Πρόταση σωστή

γ)

$$\frac{\alpha}{\beta} : \left(\frac{\kappa}{\lambda} : \frac{\mu}{\nu} \right) = \frac{\alpha}{\beta} : \left(\frac{\kappa \cdot \nu}{\lambda \cdot \mu} \right) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\lambda \mu}{\kappa \nu} = \frac{\alpha \lambda \mu}{\beta \kappa \nu}$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\kappa}{\lambda} \right) \cdot \frac{\nu}{\mu} = \left(\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\lambda}{\kappa} \right) \cdot \frac{\nu}{\mu} = \frac{\alpha \lambda}{\beta \kappa} \cdot \frac{\nu}{\mu} = \frac{\alpha \lambda \nu}{\beta \kappa \mu}$$

Πρόταση λάθος

δ)

$$5\frac{3}{4} : \frac{3}{4} = \left(5 + \frac{3}{4} \right) : \frac{3}{4} = \left(\frac{20}{4} + \frac{3}{4} \right) : \frac{3}{4} = \frac{23}{4} : \frac{3}{4} = \frac{23}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{23}{3}$$

Πρόταση λάθος

ε)

$$\frac{\frac{\alpha}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

Πρόταση σωστή

3.

Να βρείτε τα εξαγόμενα

$$\alpha) \frac{2}{10} : \frac{3}{8} \quad \beta) \frac{4}{9} : \frac{7}{10} \quad \gamma) \frac{35}{41} : \frac{6}{9} \quad \delta) \frac{3}{4} : \frac{5}{16}$$

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{2}{10} : \frac{3}{8} = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{3} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

$$\beta) \frac{4}{9} : \frac{7}{10} = \frac{4}{9} \cdot \frac{10}{7} = \frac{40}{63}$$

$$\gamma) \frac{35}{41} : \frac{6}{9} = \frac{35}{41} \cdot \frac{9}{6} = \frac{35}{41} \cdot \frac{3}{2} = \frac{105}{82}$$

$$\delta) \frac{3}{4} : \frac{5}{16} = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{5} = \frac{3}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{16}}{5} = \frac{12}{5}$$

4.

Να βρείτε τα εξαγόμενα

$$\alpha) 4 : \frac{2}{10} \quad \beta) \frac{7}{10} : 2 \quad \gamma) 5 : \frac{15}{18} \quad \delta) \frac{7}{9} : 14$$

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) 4 : \frac{2}{10} = 4 \cdot \frac{10}{2} = 20$$

$$\beta) \frac{7}{10} : 2 = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{20}$$

$$\gamma) 5 : \frac{15}{18} = 5 \cdot \frac{18}{15} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\delta) \frac{7}{9} : 14 = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{14} = \frac{\cancel{7}}{9} \cdot \frac{1}{\cancel{14}2} = \frac{1}{18}$$

5.

Να βρείτε τα εξαγόμενα

$$\alpha) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \text{ και } \frac{1}{3} : \frac{1}{2} \quad \beta) \frac{20}{6} : 12 \text{ και } 12 : \frac{20}{6}$$

$$\gamma) \frac{35}{8} : \frac{3}{4} \text{ και } \frac{3}{4} : \frac{35}{80} \quad \delta) \frac{1}{8} : \frac{3}{5} \text{ και } \frac{3}{5} : \frac{1}{8}$$

Τι παρατηρείτε ;

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) \frac{20}{6} : 12 = \frac{20}{6} \cdot \frac{1}{12} = \frac{\cancel{20}5}{6} \cdot \frac{1}{\cancel{12}3} = \frac{5}{18} \quad \text{και} \quad 12 : \frac{20}{6} = 12 \cdot \frac{6}{20} = 3 \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\gamma) \frac{35}{8} : \frac{3}{4} = \frac{35}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{35}{6} \quad \text{και} \quad \frac{3}{4} : \frac{35}{80} = \dots = \frac{6}{35}$$

δ)

$$\text{Ομοίως } \frac{1}{8} : \frac{3}{5} = \frac{1}{8} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{24} \quad \text{και} \quad \frac{3}{5} : \frac{1}{8} = \dots = \frac{24}{5}$$

Παρατηρούμε ότι τα εξαγόμενα σε κάθε ζεύγος πράξεων είναι αντίστροφα κλάσματα

6.

Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις

$$\begin{array}{lll} \alpha) \frac{2}{9} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} & \beta) \frac{2}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} & \gamma) \frac{2}{9} + \frac{5}{8} : \frac{3}{4} \\ \delta) \frac{17}{20} - \frac{1}{5} + \frac{2}{8} & \epsilon) \frac{17}{20} - \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{8} & \sigma\tau) \frac{17}{20} - \frac{1}{5} : \frac{2}{8} \end{array}$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} = \frac{16}{72} + \frac{45}{72} + \frac{54}{72} = \frac{115}{72}$$

β)

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{9} + \frac{15}{32} = \frac{64}{288} + \frac{135}{288} = \frac{199}{288}$$

γ)

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{8} : \frac{3}{4} = \frac{2}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{5}{6} = \frac{4}{18} + \frac{15}{18} = \frac{19}{18}$$

δ)

$$\frac{17}{20} - \frac{1}{5} + \frac{2}{8} = \frac{34}{40} - \frac{8}{40} + \frac{10}{40} = \frac{26}{40} + \frac{10}{40} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$$

ε)

$$\frac{17}{20} - \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{8} = \frac{17}{20} - \frac{2}{40} = \frac{17}{20} - \frac{1}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

στ)

$$\frac{17}{20} - \frac{1}{5} : \frac{2}{8} = \frac{17}{20} - \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{2} = \frac{17}{20} - \frac{4}{5} = \frac{17}{20} - \frac{16}{20} = \frac{1}{20}$$

7.

Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε απλά

$$\alpha) \frac{5}{\frac{17}{4}-2} \quad \beta) \frac{5+\frac{1}{2}}{\frac{17}{4}:17} \quad \gamma) \frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{5}{7}+2} \quad \delta) \frac{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}+\frac{1}{6}}$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\frac{5}{\frac{17}{4}-2} = \frac{5}{\frac{17}{4}-\frac{8}{4}} = \frac{5}{\frac{9}{4}} = \frac{5}{9} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 9} = \frac{20}{9}$$

β)

$$\frac{5+\frac{1}{2}}{\frac{17}{4}:17} = \frac{\frac{10}{2}+\frac{1}{2}}{\frac{17}{4} \cdot \frac{1}{17}} = \frac{\frac{11}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{4 \cdot 11}{1 \cdot 2} = \frac{44}{2} = 22$$

γ)

$$\frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{5}{7}+2} = \frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{2}}{\frac{5}{7}+\frac{14}{7}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{19}{7}} = \frac{1 \cdot 7}{19 \cdot 2} = \frac{7}{38}$$

δ)

$$\frac{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{5}{3}+\frac{1}{6}} = \frac{\frac{6}{4}+\frac{1}{4}}{\frac{10}{6}+\frac{1}{6}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{11}{6}} = \frac{6 \cdot 7}{4 \cdot 11} = \frac{42}{44} = \frac{21}{22}$$

8.

Μία λεκάνη χωράει 15 λίτρα νερό και μία κανάτα χωράει $\frac{3}{4}$ του λίτρου νερό.

Να βρείτε με πόσες κανάτες νερό γεμίζει η λεκάνη

Προτεινόμενη λύση

$$15 : \frac{3}{4} = 15 \cdot \frac{4}{3} = 20 \text{ κανάτες}$$

9.

Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα

$$\alpha) 5\frac{1}{2} : \frac{1}{3} \quad \beta) 3\frac{3}{4} : 2\frac{2}{9} \quad \gamma) \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} \cdot \left(4 - 2\frac{2}{3}\right) \quad \delta) \frac{1}{2} : \left(4\frac{1}{7} : \frac{1}{3}\right)$$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$5\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \left(5 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} = \left(\frac{10}{2} + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} = \frac{11}{2} : \frac{1}{3} = \frac{11}{2} \cdot 3 = \frac{33}{2}$$

β)

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{4} : 2\frac{2}{9} &= \left(3 + \frac{3}{4}\right) : \left(2 + \frac{2}{9}\right) = \left(\frac{12}{4} + \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{18}{9} + \frac{2}{9}\right) = \\ &= \frac{15}{4} : \frac{20}{9} = \frac{15}{4} \cdot \frac{9}{20} = \frac{15 \cdot 3}{4 \cdot 20} = \frac{27}{16} \end{aligned}$$

γ)

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} \cdot \left(4 - 2\frac{2}{3}\right) &= \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) : \frac{1}{2} \cdot \left(4 - \left(2 + \frac{2}{3}\right)\right) = \\ &= \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \left(4 - \left(\frac{6}{3} + \frac{2}{3}\right)\right) = \\ &= \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \left(4 - \frac{8}{3}\right) = \\ &= \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \left(\frac{12}{3} - \frac{8}{3}\right) = \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

10.

Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) \frac{4}{3} + \frac{2}{1+\frac{2}{7}} \quad \beta) \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{3}}{\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3}} \quad \gamma) \frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{15}}{\frac{5}{7} - \frac{2}{3}}$$

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{4}{3} + \frac{2}{1+\frac{2}{7}} = \frac{4}{3} + \frac{2}{\frac{7}{7} + \frac{2}{7}} = \frac{4}{3} + \frac{2}{\frac{9}{7}} = \frac{4}{3} + \frac{14}{9} = \frac{12}{9} + \frac{14}{9} = \frac{26}{9}$$

$$\beta) \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{25}{3}}{\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3}} = \frac{4 \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{5}^1 \cdot 3} = \frac{20}{\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3}} = \frac{20 \cdot 3}{4 \cdot 3} = 5$$

$$\gamma) \frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{15}}{\frac{5}{7} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{12}{15} + \frac{1}{15}}{\frac{15}{15} - \frac{14}{15}} = \frac{\frac{13}{15}}{\frac{1}{15}} = \frac{21 \cdot 13}{15 \cdot 1} = \frac{\cancel{21}^7 \cdot 13}{\cancel{15}^5 \cdot 1} = \frac{91}{5}$$

11.

Θέλουμε να συσκευάσουμε 12 λίτρα κρασί σε μπουκάλια που το κάθε ένα χωράει $\frac{7}{10}$ του λίτρου. Πόσα μπουκάλια θα χρειαστούμε ; Θα γεμίσουν όλα τα μπουκάλια ;

Προτεινόμενη λύση

$$12: \frac{7}{10} = 12 \cdot \frac{10}{7} = \frac{120}{7} = \frac{7 \cdot 17 + 1}{7} = \frac{7 \cdot 17}{7} + \frac{1}{7} = 17 + \frac{1}{7} = 17 \frac{1}{7}$$

Επομένως θα χρειαστούμε 18 μπουκάλια, εκ των οποίων τα 17 θα γεμίσουν και το 18^ο θα περιέχει κρασί ίσο με το $\frac{1}{7}$ του όγκου του.

12.

Τρεις άνθρωποι μοιράστηκαν το ποσό των 1400 €. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{4}{7}$ του ποσού. Αν τα χρήματα που πήρε ο πρώτος ήταν διπλάσια των χρημάτων που πήρε ο δεύτερος και τετραπλάσια των χρημάτων που πήρε ο τρίτος, να βρείτε

α) Ποιο κλάσμα του συνόλου των χρημάτων πήραν ο δεύτερος και ο τρίτος μαζί
β) Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας ;

Προτεινόμενη λύση

α)

Αφού ο πρώτος πήρε τα $\frac{4}{7}$ του ποσού οι δύο άλλοι πήραν τα $\frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ του ποσού

β)

$\frac{4}{7} \cdot 1400 = 800$ επομένως ο πρώτος πήρε 800 €.

Ο δεύτερος πήρε 400 € και ο τρίτος 200 € .

netsuccess.gr