

5.1 ΠΟΣΟΣΤΑ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Ποσοστό επί τοις εκατό : Το σύμβολο $a\%$ το ονομάζουμε ποσοστό επί τοις εκατό ή απλώς ποσοστό και είναι ίσο με το κλάσμα

$$\frac{a}{100} \text{ δηλαδή } a\% = \frac{a}{100}$$

2.

Ποσοστό επί τοις χιλίοις : Το σύμβολο $a\%$ το ονομάζουμε ποσοστό επί τοις χιλίοις και είναι ίσο με το κλάσμα $\frac{a}{1000}$ δηλαδή

$$a\% = \frac{a}{1000}$$

3.

Το ποσοστό $a\%$ του αριθμού β : Το ποσοστό $a\%$ του αριθμού β είναι το

$$\frac{a}{100} \cdot \beta$$

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Μετατροπή κλάσματος σε ποσοστό %

1^{ος} τρόπος :

Μετατρέπουμε το κλάσμα σε ισοδύναμο του με παρονομαστή το 100.

Τότε το κλάσμα ισούται με το ποσοστό% του αριθμητή του

Πχ . Για το κλάσμα $\frac{3}{20}$ έχουμε ότι $\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 15\%$

2^{ος} τρόπος :

Εκτελούμε τη διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή γράφουμε το πηλίκο με μορφή δεκαδικού κλάσματος με παρονομαστή το 100 και συνεχίζουμε όπως στον 1^ο τρόπο

Πχ για το κλάσμα $\frac{7}{8}$ έχουμε ότι $\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875 = \frac{87,5}{100} = 87,5\%$

2.

Διαμόρφωση ποσού μετά από % αύξηση ή μείωση

Έστω ένα ποσό x στο οποίο γίνεται μεταβολή $a\%$.

Αν η μεταβολή είναι αύξηση, το νέο ποσό είναι $x + \frac{a}{100}x = x + 0,0ax = (1 + 0,0a)x$

Αν η μεταβολή είναι μείωση, το νέο ποσό είναι $x - \frac{a}{100}x = x - 0,0ax = (1 - 0,0a)x$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να γράψετε με μορφή ποσοστού τα κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{129}{20}$, $\frac{15}{500}$, $\frac{13}{400}$, $\frac{48}{625}$ αφού πρώτα τα μετατρέψετε σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 100.

Προτεινόμενη λύση

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{50}{100} = 50\%$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Σχόλιο 1

$$\frac{129}{20} = \frac{129 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{645}{100} = 645\%$$

$$\frac{15}{500} = \frac{15:5}{500:5} = \frac{3}{100} = 3\%$$

$$\frac{13}{400} = \frac{13:4}{400:4} = \frac{3,25}{100} = 3,25\%$$

$$\frac{48}{625} = \frac{48:6,25}{625:6,25} = \frac{7,68}{100} = 7,68\%$$

2.

Να γράψετε με μορφή ποσοστού τα κλάσματα $\frac{7}{9}$, $\frac{4,3}{2,5}$, $\frac{154}{28}$, $\frac{7,16}{14,12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{35}{7}$

Προτεινόμενη λύση

$$\frac{7}{9} \approx 0,777 = \frac{77,7}{100} = 77,7\%$$

$$\frac{4,3}{2,5} = 1,72 = \frac{172}{100} = 172\%$$

Σχόλιο 1

$$\frac{154}{28} = 5,5 = \frac{550}{100} = 550\%$$

$$\frac{7,16}{14,12} \approx 0,51 = \frac{51}{100} = 51\%$$

$$\frac{3}{8} = 0,375 = \frac{37,5}{100} = 37,5\%$$

$$\frac{35}{7} = 5 = \frac{500}{100} = 500\%$$

3.

Να γράψετε με μορφή αναγώγων κλασμάτων και με μορφή δεκαδικών αριθμών τα ποσοστά 3%, 15%, 28%, 50%, 250%, 300%

Προτεινόμενη λύση

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = 0,15$$

$$28\% = \frac{28}{100} = \frac{7}{25} = 0,28$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$250\% = \frac{250}{100} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$300\% = \frac{300}{100} = \frac{3}{1} = 3,0$$

Θεωρία 1

4.

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ποσά

α) το 3% των 156€ β) το 12% του 1kg γ) το 27% των 5 ωρών δ) το 9% των 4 m

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{3}{100} \cdot 156 = 4,68 \text{ €}$$

$$\beta) \frac{12}{100} \cdot 1\text{kg} = \frac{12}{100} \cdot 1000\text{g} = 120\text{g}$$

$$\gamma) \frac{27}{100} \cdot 5 \text{ h} = \frac{27}{100} \cdot 300\text{min} = 81 \text{ min}$$

$$\delta) \frac{9}{100} \cdot 4\text{m} = 0,36\text{m} = 36\text{cm}$$

5.

Το 35% των κατοίκων μιας πόλης είναι 70000 κάτοικοι. Να βρείτε το σύνολο των κατοίκων της πόλης.

Προτεινόμενη λύση

Αν x είναι το πλήθος των κατοίκων της πόλης τότε

$$\frac{35}{100} \cdot x = 70000 \quad \text{άρα} \quad x = 70000 : \frac{35}{100} = 70000 \cdot \frac{100}{35} = 200000 \quad \text{κάτοικοι}$$

Θεωρία 3

6.

Να βρείτε πως διαμορφώνεται το ποσό 5342 αν σε αυτό γίνει

α) αύξηση 18% β) μείωση 15%

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\text{Μετά την αύξηση το ποσό θα γίνει : } 5342 + \frac{18}{100} \cdot 5342 = 5342 + 961,56 = 6303,56$$

β)

$$\text{Μετά την μείωση το ποσό θα γίνει : } 5342 - \frac{18}{100} \cdot 5342 = 5342 - 961,56 = 4380,44$$

Σχόλιο 2

7.

Να υπολογίσετε σε cm τα παρακάτω

α) το 24% των 2 m β) το 108% των 340mm

γ) το 1% του 1Km δ) το 120% των 20dm

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{24}{100} \cdot 2\text{m} = \frac{24}{100} \cdot 200\text{cm} = 48\text{cm} \quad \beta) \frac{108}{100} \cdot 340\text{mm} = \frac{108}{100} \cdot 34\text{cm} = 36,72 \text{ cm}$$

$$\gamma) \frac{1}{100} \cdot 1\text{km} = \frac{1}{100} \cdot 100000\text{cm} = 1000\text{cm} \quad \delta) \frac{120}{100} \cdot 20\text{dm} = \frac{120}{100} \cdot 200\text{cm} = 240\text{cm}$$

8.

Να βρείτε το αρχικό ποσό αν

α) το 25% του ποσού είναι 45 β) το 5% του ποσού είναι 405,4

γ) το 150% του ποσού είναι 15 δ) το 300% του ποσού είναι 126

Προτεινόμενη λύση

Αν x είναι το αρχικό ποσό τότε

$$\alpha) \frac{25}{100} \cdot x = 45 \quad \text{άρα} \quad x = 45 : \frac{25}{100} = 45 \cdot \frac{100}{25} = 180$$

$$\beta) \frac{5}{100} \cdot x = 405,4 \quad \text{άρα} \quad x = 405,4 : \frac{5}{100} = 405,4 \cdot \frac{100}{5} = 8108$$

$$\gamma) \frac{150}{100} \cdot x = 15 \quad \text{άρα} \quad x = 15 : \frac{150}{100} = 15 \cdot \frac{100}{150} = 10$$

$$\delta) \frac{300}{100} \cdot x = 126 \quad \text{άρα} \quad x = 126 : \frac{300}{100} = 126 \cdot \frac{100}{300} = 42$$

9.

Να βρείτε τι ποσοστό αντιπροσωπεύουν

α) το 17 του 50 β) το 6 του 35 γ) το 20 του 15 δ) το 44 του 22

Προτεινόμενη λύση

$$\alpha) \frac{17}{50} = \frac{34}{100} = 34\%$$

$$\beta) \frac{6}{35} \approx 0,17 = \frac{17}{100} = 17\%$$

$$\gamma) \frac{20}{15} \approx 1,33 = \frac{133}{100} = 133\%$$

$$\delta) \frac{44}{22} = 2 = \frac{200}{100} = 200\%$$

10.

Ένα προϊόν πωλείται 1200 €. Στην τιμή αυτή, κατά την περίοδο των εκπτώσεων, γίνεται έκπτωση 5% . Όταν τελειώνει η περίοδος των εκπτώσεων, στην τιμή όπως αυτή διαμορφώθηκε στις εκπτώσεις, γίνεται αύξηση κατά 5% . Η νέα τιμή θα είναι 1200 € ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Προτεινόμενη λύση

Η έκπτωση που γίνεται είναι $\frac{5}{100} \cdot 1200 = 60$ € και το προϊόν πωλείται

$$1200 - 60 = 1140 \text{ €}.$$

Η αύξηση που γίνεται στην τιμή των 1140 € είναι $\frac{5}{100} \cdot 1140 = 57$ € και το προϊόν

πλέον πωλείται $1140 + 57 = 1197$ €

Είναι φανερό ότι η νέα τιμή του προϊόντος δεν είναι 1200 €

11.

Ο διπλανός πίνακας περιέχει τις ηλικίες και τον αριθμό των μαθητών κατά ηλικία ενός Γυμνασίου .

Να βρείτε τα α , β , γ , και δ

Ηλικία	12	13	14	15
Αρ. μαθητών	115	106	95	84
%	α	β	γ	δ

Προτεινόμενη λύση

Ο συνολικός αριθμός των μαθητών είναι $115 + 106 + 95 + 84 = 400$

Οι μαθητές ηλικίας 12 ετών είναι τα $\frac{115}{400} = 0,2875 = \frac{28,75}{100} = 28,75\%$ του συνόλου

Ομοίως οι μαθητές ηλικίας 13 ετών είναι τα $\frac{106}{400} = 0,265 = \frac{26,5}{100} = 26,5\%$

οι μαθητές ηλικίας 14 ετών είναι τα $\frac{95}{400} = 0,2375 = \frac{23,75}{100} = 23,75\%$

οι μαθητές ηλικίας 15 ετών είναι τα $\frac{84}{400} = 0,21 = \frac{21}{100} = 21\%$

12.

Η ΔΕΗ έκανε αύξηση στην τιμή μονάδας για το ρεύμα από 40 λεπτά σε 45 λεπτά.
Να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής της μονάδας του ρεύματος.

Προτεινόμενη λύση

Η αύξηση που έγινε στην τιμή μονάδας είναι $45 - 40 = 5$ λεπτά

Η αύξηση αυτή αντιπροσωπεύει τα $\frac{5}{40} = 0,125 = \frac{12,5}{100} = 12,5\%$

13.

Αν εξατμιστούν 500 kg θαλασσινό νερό θα πάρουμε 16 kg αλάτι.

α) Να βρείτε ποιο ποσοστό του νερού γίνεται αλάτι

β) Από πόσα κιλά νερού θα πάρουμε 2 τόνους αλάτι;

Προτεινόμενη λύση

α)

Τα 16 kg αλάτι αντιστοιχούν στα $\frac{16}{500} = 0,032 = \frac{3,2}{100} = 3,2\%$ των 500 κιλών νερού. Πράγμα που σημαίνει ότι το 3,2 % του θαλασσινού νερού γίνεται αλάτι.

β)

Αν x είναι η ποσότητα του νερού που πρέπει να εξατμιστεί,

και επειδή 2 τόνοι = 2000 kg, έχουμε $\frac{3,2}{100} \cdot x = 2000$ άρα

$$\begin{aligned} x &= 2000 : \frac{3,2}{100} = \\ &= 2000 \cdot \frac{100}{3,2} = 62500 \text{ kg νερό} \end{aligned}$$