

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 3^η ΔΕΚΑΔΑ

21.

Έστω οι παραστάσεις $A = 4^2 - 2^4 + 15$,
 $B = 5 \cdot 3 - (8 + 10) : (7 - 5)$ και
 $\Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$

- α) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων
 β) Αν $A = 15$, $B = 6$ και $\Gamma = 3$ να βρείτε:
 i) Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των A , B και Γ
 ii) Τον μέγιστο κοινό διαιρέτη

Προτεινόμενη λύση

α)

$$A = 4^2 - 2^4 + 15 = 16 - 16 + 15 = 15$$

$$B = 5 \cdot 3 - (8 + 10) : (7 - 5) = 15 - 18 : 2 = 15 - 9 = 6$$

$$\Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3} = 6 \cdot \frac{5}{3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3} = 10 - 7 = 3$$

β)

$$A = 15 = 3 \cdot 5, \quad B = 6 = 2 \cdot 3 \quad \text{και} \quad \Gamma = 3 \quad \text{οπότε} \quad \text{ΕΚΠ}(15, 6, 3) = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$$

γ)

$$\text{ΜΚΔ}(15, 6, 3) = 3$$

22.

- α) Ποια κλάσματα ονομάζονται ομώνυμα και ποια ετερόνυμα ;
 β) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίστροφοι ;
 γ) Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά
 i) Ονομάζουμε σύνθετο κλάσμα ένα κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος είναι επίσης
 ii) Από δύο ομώνυμα κλάσματα με όρους φυσικούς αριθμούς μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει
 iii) Ένα κλάσμα με όρους φυσικούς αριθμούς είναι μεγαλύτερο από το 1 όταν ο είναι μεγαλύτερος από τον

Προτεινόμενη λύση

α)

Ομώνυμα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή ενώ ετερόνυμα αυτά που έχουν διαφορετικό παρονομαστή.

β)

Αντίστροφοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν γινόμενο 1

γ)

Συμπληρωμένα τα κενά φαίνονται παρακάτω

- i) Ονομάζουμε σύνθετο κλάσμα ένα κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος είναι επίσης **κλάσμα**
 ii) Από δύο ομώνυμα κλάσματα με όρους φυσικούς αριθμούς μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει **μεγαλύτερο αριθμητή**
 iii) Ένα κλάσμα με όρους φυσικούς αριθμούς είναι μεγαλύτερο από το 1 όταν ο **αριθμητής του** είναι μεγαλύτερος από τον **παρονομαστή**

23.

Από τους 80 μαθητές της Α τάξης ενός Γυμνασίου τα $\frac{13}{16}$ μαθαίνουν Αγγλικά, το $\frac{1}{8}$ μαθαίνει Γερμανικά και οι υπόλοιποι μαθαίνουν Γαλλικά .

α) Να βρείτε ποιο μέρος των μαθητών μαθαίνει Γαλλικά.

β) Να βρείτε πόσοι μαθητές μαθαίνουν Αγγλικά.

γ) Αν από τους μαθητές που μαθαίνουν Γερμανικά 2 μαθαίνουν και Ισπανικά , να βρείτε ποιο ποσοστό από τους μαθητές που μαθαίνουν Γερμανικά μαθαίνουν και Ισπανικά .

Προτεινόμενη λύση

α)

Οι μαθητές που μαθαίνουν Αγγλικά και Γερμανικά αποτελούν τα

$$\frac{13}{16} + \frac{1}{8} = \frac{13}{16} + \frac{2}{16} = \frac{15}{16} \text{ των μαθητών του σχολείου.}$$

Οπότε αυτοί που μαθαίνουν Γαλλικά θα είναι το υπόλοιπο $\frac{1}{16}$

β)

$$\text{Αγγλικά μαθαίνουν } \frac{13}{16} \cdot 80 = 65 \text{ μαθητές}$$

γ)

Γερμανικά μαθαίνουν $\frac{1}{8} \cdot 80 = 10$ μαθητές . Από αυτούς μαθαίνουν Ισπανικά 2

οι οποίοι αποτελούν τα $\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$ των μαθητών που μαθαίνουν Γερμανικά

24.

Στο διπλανό σχήμα, οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες ενώ οι ε_3 και ε_4 είναι κάθετες .

Αν η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι 46° , να υπολογίσετε

α) Τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ

β) Τις γωνίες $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας

Προτεινόμενη λύση

α)

$\hat{K} \hat{\Lambda} A = \hat{\alpha} = 46^\circ$ ως κατακορυφήν

$\hat{A} \hat{B} \hat{\Gamma} = \hat{K} \hat{\Lambda} A = 46^\circ$ ως εντός εναλλάξ

$\hat{B} \hat{A} \hat{\Gamma} = 90^\circ$ αφού $\varepsilon_3 \perp \varepsilon_4$.

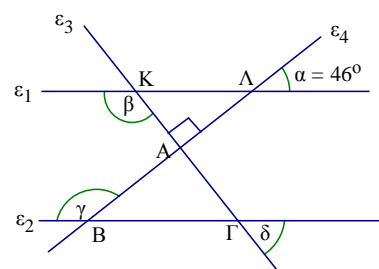
Τότε η γωνία $\hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B}$ του ορθ. τριγώνου ΑΒΓ θα είναι $\hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B} = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$

β)

$\hat{\delta} = \hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B} = 44^\circ$ ως κατακορυφήν , $\hat{\gamma} = 180^\circ - \hat{A} \hat{B} \hat{\Gamma} = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$

$\hat{\beta} + \hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B} = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά.

Άρα $\hat{\beta} = 180^\circ - \hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B} = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$



25.

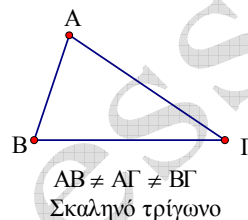
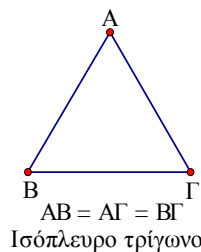
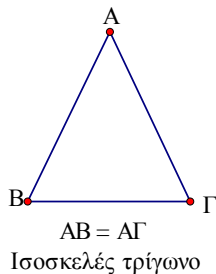
- α) Να αναφέρετε τα είδη των τριγώνων με κριτήριο τις πλευρές τους επεξηγώντας το κάθε είδος και φτιάχνοντας και τα σχετικά σχήματα
- β) Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρώστε τα κενά
- Ορθογώνιο ονομάζεται το τρίγωνο που έχει
 - Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς ονομάζεται
 - Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο η διάμεσος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και

Προτεινόμενη λύση

α)

Είναι τα : Ισοσκελή τρίγωνα δηλαδή τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες
 Ισόπλευρα τρίγωνα δηλαδή τρίγωνα με όλες τις πλευρές ίσες
 Σκαληνά τρίγωνα δηλαδή τρίγωνα με όλες τις πλευρές άνισες

Τα σχετικά σχήματα φαίνονται παρακάτω



β)

Συμπληρωμένα τα κενά φαίνονται παρακάτω

- Ορθογώνιο ονομάζεται το τρίγωνο που έχει **μία γωνία ορθή**
- Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς ονομάζεται **διάμεσος**
- Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο η διάμεσος που αντιστοιχεί στην βάση είναι **διχοτόμος** και **ύψος**.

26.

Χαρακτηρίστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

- Για να προσθέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.
- Όταν αφαιρούμε δυο ετερόνυμα κλάσματα που οι αριθμητές τους είναι ο ίδιος αριθμός, το αποτέλεσμα είναι πάντα ίσο με το μηδέν.
- Δυο κλάσματα που έχουν άθροισμα 1 λέγονται αντίστροφα.
- Υπάρχουν κλάσματα με παρονομαστή το 0
- Τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{75}{100}$ είναι ισοδύναμα

Προτεινόμενη λύση

- πρόταση (Σ)
- πρόταση (Λ)
- πρόταση (Λ)
- πρόταση (Λ) αφού σε όλα τα κλάσματα ο παρονομαστής είναι $\neq 0$

ν) πρόταση (Σ) αφού τα «χιαστί» γινόμενα είναι ίσα

27.

Στον διπλανό πίνακα τα ποσά x και y είναι ανάλογα

α) Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας

β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα

γ) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της σχέσης αναλογίας των ποσών x και y σε ένα ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων.

x	0	2		3
y		1	2	

Προτεινόμενη λύση

α)

Ο συντελεστής αναλογίας $\frac{y}{x}$, όπως προκύπτει από την τρίτη στήλη του πίνακα,

είναι ίσος με $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ (1)

β)

Από την (1) έχουμε ότι $y = \frac{1}{2}x$, οπότε για $x = 0$ έχουμε $y = 0$

για $y = 2$ έχουμε $x = 4$

για $x = 3$ έχουμε $y = \frac{3}{2}$

Συμπληρωμένος ο πίνακας

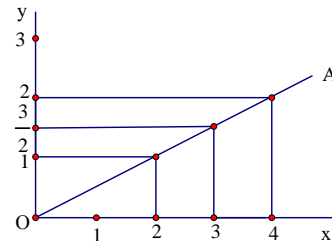
x	0	2	4	3
y	0	1	2	$\frac{3}{2}$

γ)

Η γραφική παράσταση αποτελείται από τα

σημεία $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(4, 2)$ και $(3, \frac{3}{2})$

τα οποία βρίσκονται στην ημιευθεία ΟΑ



28.

Δίνονται οι παραστάσεις $A = 3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 - 10^2 : 5$ και $B = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 10 \frac{2}{3}$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 18$ και $B = 12$

β) Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των A και B

γ) Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = B$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$A = 3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 - 10^2 : 5 = 9 \cdot 2 + 4 \cdot 5 - 100 : 5 = 18 + 20 - 20 = 18$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{5}{6} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 10 \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} + \frac{32}{3} = \\ &= \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{32}{3} = \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{6} + \frac{3}{6} + \frac{64}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

β)

$$A = 18 = 2 \cdot 3^2 \text{ και } B = 12 = 3 \cdot 2^2$$

$$\text{Άρα } \text{ΕΚΠ}(A, B) = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36 \text{ και } \text{ΜΚΔ}(A, B) = 2 \cdot 3 = 6$$

γ)

$$A \cdot x = B \text{ οπότε } 18 \cdot x = 12 \text{ άρα } x = 12 : 18 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

29 .

Ένας υαλοπώλης αγόρασε 25 δωδεκάδες ποτήρια με 1,80 € το ποτήρι. Στη μεταφορά, μερικά ποτήρια έσπασαν. Τα υπόλοιπα τα πούλησε με 2,60 € το ένα και έτσι κέρδισε τελικά 175 €.

α) Πόσα χρήματα έδωσε για να αγοράσει τα ποτήρια;

β) Πόσα ποτήρια πούλησε τελικά ;

γ) Ποιο είναι το ποσοστό των σπασμένων ποτηριών ;

Προτεινόμενη λύση

α)

Τα ποτήρια που αγόρασε ο υαλοπώλης ήταν $25 \cdot 12 = 300$

Τα χρήματα που έδωσε ήταν $300 \cdot 1,8 = 540$ €

β)

Αν ο υαλοπώλης πούλαγε όλα τα ποτήρια με 2,6€ το καθένα, θα εισέπραττε 780 €.

Οπότε θα κέρδιζε $780 - 540 = 240$ €.

Όμως ο υαλοπώλης κέρδισε 175 €, δηλαδή $240 - 175 = 65$ € λιγότερα.

Η διαφορά αυτή οφείλεται στα ποτήρια που είχαν σπάσει .

Επομένως το ποτήρια που έσπασαν ήταν $65 : 2,60 = 25$.

Οπότε πούλησε $300 - 25 = 275$ ποτήρια.

γ)

Τα ποτήρια που έσπασαν ήταν τα $\frac{25}{300} \approx 0,083 = \frac{8,3}{100} = 8,3\%$

30.

A) Από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση παρακάτω

- i) Ο κύβος του αριθμού 2 είναι
 α. 2^3 β. 3^2 γ. 2^2
- ii) Στην ισότητα $42 \cdot \square = 42000$, ο αριθμός στο κουτάκι είναι
 α. 10^2 β. 10^3 γ. 10^5
- iii) Η παράσταση $\alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta$ είναι ίση με
 α. $3 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta$ β. $\alpha^3 + \beta^2$ γ. $\alpha^3 \cdot \beta^2$
- iv) Ο αριθμός $3 \cdot 5^2$ διαιρείται
 α. με το 2 β. με το 3 γ. με το 9
- v) Ο αριθμός $(2^2 + 3)^2$ ισούται με
 α. 36 β. 49 γ. 72

B) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή και με Λ αν είναι λανθασμένη

- i) Η ισότητα $60 = 6 \cdot 8 + 12$ παριστάνει Ευκλείδεια διαίρεση
- ii) Ο αριθμός 19 είναι πρώτος
- iii) Ο αριθμός $(2 \cdot 3)^2$ είναι πολλαπλάσιο του 9
- iv) Το 8 είναι διαιρέτης του 4
- v) Ο αριθμός $2^2 + 3^2$ είναι σύνθετος

Προτεινόμενη λύση

A.

- i) 2^3
- ii) 10^3
- iii) $\alpha^3 \cdot \beta^2$
- iv) $3 \cdot 5^2 = 75$ άρα ο αριθμός διαιρείται με το 3
- v) $(2^2 + 3)^2 = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

B.

- i) Λάθος αφού $12 > 6$ και $12 > 8$, οπότε το 12 δεν μπορεί να είναι υπόλοιπο
- ii) Σωστό διότι το 19 διαιρείται μόνο από τον εαυτό του και την 1
- iii) Σωστό διότι $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36 = 4 \cdot 9$
- iv) Λάθος, το 8 είναι πολλαπλάσιο του 4
- v) Λάθος διότι $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, με τον 13 να είναι πρώτος