

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ 5^η ΔΕΚΑΔΑ

41 .

Ένα ψυγείο την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται με έκπτωση 18% αντί του ποσού των 779 €. Να βρείτε πόση ήταν η αξία του ψυγείου πριν τις εκπτώσεις.

Προτεινόμενη λύση

Αν x ήταν η αξία του ψυγείου πριν τις εκπτώσεις, τότε η έκπτωση σ' αυτή την τιμή είναι $\frac{18}{100} \cdot x = 0,18x$.

Οπότε η αξία του ψυγείου μετά την έκπτωση είναι $x - 0,18x = 0,82x$.

Δίνεται όμως ότι αυτό το ποσό είναι 779 €.

Οπότε έχουμε την εξίσωση $0,82x = 779$ άρα $x = 779 : 0,82 = 950$ €

Με άλλον τρόπο

Αν το ψυγείο άξιζε 100 € θα πωλείτο μετά την έκπτωση 82 €.

Τώρα που πουλήθηκε 779€, έστω ότι πριν την έκπτωση η αξία ήταν x €.

Αφού τα ποσά αξία πριν την έκπτωση – αξία μετά την έκπτωση είναι ανάλογα, έχουμε τον διπλανό πίνακα, απ' όπου

$$\frac{100}{82} = \frac{x}{779} \quad \text{άρα} \quad 100 \cdot 779 = 82x$$

Αξία πριν την έκπτωση	100	x
Αξία μετά την έκπτωση	82	779

$$x = 77900 : 82 = 950$$

42 .

Με 20 κιλά αλεύρι φτιάχνουμε 26 κιλά ψωμί .

- α) Πόσα κιλά ψωμί θα φτιάξουμε από 184 κιλά αλεύρι;
- β) Πόσα κιλά αλεύρι θα χρειαστούμε για να φτιάξουμε 780 κιλά ψωμί ;
- γ) Αν το κιλό το αλεύρι κοστίζει 0,60€, πόσο θα μας στοιχίσει η παρασκευή των 780 κιλών του ψωμιού με την προϋπόθεση ότι δεν έχουμε άλλα έξοδα;
- δ) Αν το ψωμί θέλουμε να το πουλήσουμε με κέρδος 8% , πόσο θα πρέπει να πουλήσουμε το κιλό και πόσα χρήματα θα εισπράξουμε από την πώληση των 780 κιλών του ψωμιού;

Προτεινόμενη λύση

α)

Έστω ότι από 184 κιλά αλεύρι θα φτιάξουμε x κιλά ψωμί .

Από τον πίνακα

Κιλά αλεύρι	20	184
Κιλά ψωμί	26	x

και επειδή τα ποσά κιλά αλεύρι –κιλά ψωμί είναι ανάλογα, έχουμε ότι

$$\frac{20}{26} = \frac{184}{x} \quad \text{άρα} \quad 20x = 184 \cdot 26 \quad \text{οπότε} \quad x = (184 \cdot 26) : 20 = 239,2 \text{ κιλά ψωμί}$$

β)

Έστω ότι για 780 κιλά ψωμί θα χρειαστούμε y κιλά αλεύρι .

Από τον πίνακα

Κιλά αλεύρι	20	y
Κιλά ψωμί	26	780

ομοίως έχουμε $\frac{20}{26} = \frac{y}{780}$ άρα $26y = 20 \cdot 780$ οπότε $x = (20 \cdot 780) : 26 =$
 $= 600$ κιλά αλεύρι

γ)

Το κόστος είναι $600 \cdot 0,60 = 360 \text{€}$

δ)

Το κέρδος ανά κιλό είναι $\frac{8}{100} \cdot 0,60 = 0,048 \text{€}$

Επομένως πρέπει να πουλάμε το κιλό το ψωμί $0,60 + 0,048 = 0,648$ και
 τα χρήματα που θα εισπράξουμε είναι $0,648 \cdot 780 = 505,44 \text{€}$

43 .

- α) Τι ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο x ;
 β) Τι ονομάζουμε λύση και τι επίλυση μιας εξίσωσης .
 γ) Ποια εξίσωση ονομάζεται αόριστη και ποια αδύνατη ;
 δ) Να αντιστοιχίσετε τις προτάσεις της στήλης Α με τις μαθηματικές παραστάσεις της στήλης Β

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 2	α. $5x$
2. Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 4	β. $x + 4 = 7$
3. Ένας αριθμός αυξημένος κατά 4 ισούται με το 7	γ. $3x - 2$
4. Το πενταπλάσιο ενός αριθμού	δ. $x + y = 4$

Προτεινόμενη λύση

α)

Ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο x κάθε ισότητα η οποία περιέχει αριθμούς και τον άγνωστο x .

β)

Ονομάζουμε λύση της εξίσωσης την τιμή η οποία αν αντικαταστήσει τον άγνωστο επαληθεύεται η εξίσωση .

Η διαδικασία με την βοήθεια της οποίας βρίσκουμε την λύση της εξίσωσης ονομάζεται επίλυση της εξίσωσης.

γ)

Αόριστη ονομάζεται η εξίσωση που επαληθεύεται από οποιονδήποτε αριθμό και αδύνατη αυτή που δεν επαληθεύεται από κανέναν αριθμό .

δ)

Οι αντιστοιχίσεις είναι $1 \rightarrow \gamma$, $2 \rightarrow \delta$, $3 \rightarrow \beta$, $4 \rightarrow \alpha$

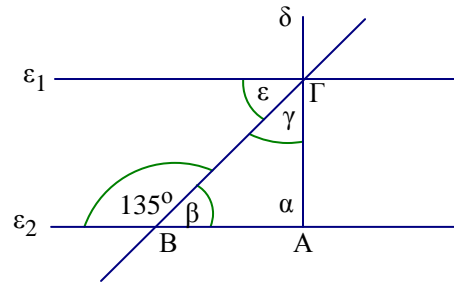
44.

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\delta \perp \varepsilon_2$

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\varepsilon}$ δικαιολογώντας την απάντησή σας

β) Να καθορίσετε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ από την άποψη των γωνιών του και από την άποψη των πλευρών του

**Προτεινόμενη λύση**

α)

Αφού $\delta \perp \varepsilon_2$, είναι $\hat{\alpha} = 90^\circ$

Η $\hat{\beta}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας των 135° , άρα $\hat{\beta} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

Είναι $\hat{\beta} + \hat{\gamma} = 90^\circ$ ως οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου. Άρα $\hat{\gamma} = 90^\circ - \hat{\beta} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

β)

Το τρίγωνο από την άποψη των γωνιών είναι ορθογώνιο και από την άποψη των πλευρών ισοσκελές.

45 .

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = [(-3) - (+5)] + 2^3(-12 + 8) + (-60):(-3)$

$$\text{και } \beta = \frac{-8 + 15 - 4 \cdot 2^4 - 3 \cdot 7}{(+45):(-9) - 15 \cdot 2 - 4}$$

α) Να δείξετε ότι $\alpha = -20$ και $\beta = +2$

β) Αν $\alpha = -20$ και $\beta = +2$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

i) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$, ii) $|3\alpha + 2\beta| - |4\beta| + 100$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\begin{aligned} \alpha &= [(-3) - (+5)] + 2^3(-12 + 8) + (-60):(-3) = \\ &= [(-3) - (+5)] + 8(-12 + 8) + (-60):(-3) = \\ &= (-3 - 5) + 8 \cdot (-4) + (-60):(-3) = \\ &= (-8) + (-32) + (+20) = -8 - 32 + 20 = -20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{-8 + 15 - 4 \cdot 2^4 - 3 \cdot 7}{(+45):(-9) - 15 \cdot 2 - 4} = \frac{-8 + 15 - 4 \cdot 16 - 3 \cdot 7}{(+45):(-9) - 15 \cdot 2 - 4} = \\ &= \frac{-8 + 15 - 64 - 21}{-5 - 30 - 4} = \frac{-78}{-39} = +2 \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \text{i) } \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 &= (-20)^2 + 2(-20)(+2) + (+2)^2 = \\ &= (+400) + (-80) + (+4) = \\ &= +400 - 80 + 4 = 324 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } |3\alpha + 2\beta| - |4\beta| + 100 &= |3(-20) + 2(+2)| - |4(+2)| + 100 = \\ &= |-60 + (+4)| - |8| + 100 = \\ &= |-56| - |8| + 100 = \\ &= 56 - 8 + 100 = 148 \end{aligned}$$

46.

- α) Να γράψετε την ισότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης του φυσικού αριθμού Δ με τον μη μηδενικό φυσικό αριθμό δ .
 β) Στις παρακάτω ισότητες να συμπληρώσετε τα κενά

i) $\alpha + \dots = \alpha$ ii) $\alpha \cdot \dots = \alpha$ iii) $\alpha(\beta - \gamma) = \dots - \dots$ iv) $\frac{\alpha}{\alpha} = \dots$ v) $\frac{\alpha}{1} = \dots$

Προτεινόμενη λύση

α)

$\Delta = \delta\pi + \upsilon$ όπου $0 \leq \upsilon < \delta$ και $\Delta =$ διαιρετέος,
 $\delta =$ διαιρέτης,
 $\pi =$ πηλίκο και
 $\upsilon =$ υπόλοιπο

β)

i) $\alpha + 0 = \alpha$ ii) $\alpha \cdot 1 = \alpha$ iii) $\alpha(\beta - \gamma) = \alpha\beta - \alpha\gamma$ iv) $\frac{\alpha}{\alpha} = 1$ v) $\frac{\alpha}{1} = \alpha$

47.

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = 3 + 4 - 2 \cdot 7 + 2^2 + 3^2$ και $\beta = 40 : 5 + 3 \cdot 3^1 + 3^3 - 4 \cdot 2$

- α) Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β
 β) Αν $\alpha = 6$ και $\beta = 36$, να λύσετε τις εξισώσεις
 i) $\beta + x = \alpha$
 ii) $x : \alpha = \beta$
 iii) $\beta : x = \alpha$

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\alpha = 3 + 4 - 2 \cdot 7 + 2^2 + 3^2 = 3 + 4 - 14 + 4 + 9 = 6$$

$$\beta = 40 : 5 + 3 \cdot 3^1 + 3^3 - 4 \cdot 2 = 8 + 3 \cdot 3 + 27 - 8 = 8 + 9 + 27 - 8 = 36$$

β)

- i) $\beta + x = \alpha$ άρα $36 + x = 6$ οπότε $x = 6 - 36 = -30$
 ii) $x : \alpha = \beta$ άρα $x : 6 = 36$ οπότε $x = 6 \cdot 36 = 216$
 iii) $\beta : x = \alpha$ άρα $36 : x = 6$ οπότε $x = 36 : 6 = 6$

48.

Ένας παππούς κατέθεσε στην τράπεζα για τον εγγονό του 4800€ με επιτόκιο 4% τον χρόνο. Στο τέλος του χρόνου ο εγγονός με τον τόκο που πήρε πήγε σε ένα κατάστημα να αγοράσει ένα τάμπλετ αξίας 250 €.

Φτάνουν τα χρήματα για να αγοραστεί το τάμπλετ; Αν όχι, πόση τουλάχιστον % έκπτωση θα έπρεπε να κάνει ο καταστηματάρχης για να μπορέσει ο εγγονός να αγοράσει το τάμπλετ;

Προτεινόμενη λύση

Ο τόκος των 4800 € με επιτόκιο 4% για ένα χρόνο είναι $\frac{4}{100} \cdot 4800 = 192$ €

Επειδή η αξία του τάμπλετ είναι μεγαλύτερη από τον τόκο, τα χρήματα δεν φτάνουν για την αγορά του.

Για να αγοράσει ο εγγονός το τάμπλετ πρέπει να του γίνει έκπτωση τουλάχιστον $250 - 192 = 58$ €

Τα 58 € είναι τα $\frac{58}{250} = 0,232 = \frac{23,2}{100} = 23,2\%$ της αξίας του τάμπλετ .

Άρα έκπτωση που θα έπρεπε να κάνει ο καταστηματάρχης είναι 23,2 %

49.

Δύο μηχανές δουλεύοντας 8 ώρες την ημέρα η κάθε μία τυπώνουν μία ποσότητα περιοδικών σε 3 ημέρες .

Αν τα περιοδικά πρέπει να τυπωθούν σε 2 ημέρες ,πόσες ώρες πρέπει να δουλεύει η κάθε μηχανή την ημέρα;

Προτεινόμενη λύση

Έστω ότι η κάθε μηχανή πρέπει να δουλεύει x ώρες την ημέρα.

Τότε έχουμε τον πίνακα

Ώρες λειτουργίας την ημέρα	8	x
Ημέρες λειτουργίας	3	2

επειδή τα ποσά (ώρες λειτουργίας την ημέρα - ημέρες λειτουργίας) είναι αντιστρόφως ανάλογα, έχουμε $8 \cdot 3 = 2x$ άρα $x = (8 \cdot 3) : 2 = 12$

50.

α) Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι ;

Δώστε ένα παράδειγμα ομόσημων αριθμών και ένα ετερόσημων.

β) Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι ;

Δώστε ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών και ένα αντίστροφων αριθμών.

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες

i) $5 - 5 = 0$ ii) $-4 + 4 = 4$ iii) $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$ iv) $(-6) \cdot (+6) = 0$

Προτεινόμενη λύση

α)

Δύο ρητοί ονομάζονται ομόσημοι όταν έχουν το ίδιο πρόσημο και ετερόσημοι όταν έχουν διαφορετικό πρόσημο

Πχ ομόσημοι αριθμοί είναι οι $+3$, $+5$ ενώ ετερόσημοι οι $+8$, -6

β)

Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο και την ίδια απόλυτη τιμή, ενώ αντίστροφοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν γινόμενο 1

Πχ. αντίθετοι αριθμοί είναι οι $+6$, -6 και αντίστροφοι οι 5 , $\frac{1}{5}$

γ)

i) Σ ii) Λ αφού $-4 + 4 = 0$ iii) Σ iv) Λ αφού $(-6) \cdot (+6) = -36$