

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

- α) Πότε δύο ποσά x και y λέγονται ανάλογα και πότε αντιστρόφως ανάλογα ;
β) Σε τι είδους γραμμή βρίσκονται τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη (x, y) δύο αναλόγων ποσών και σε τι είδους αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα ;
γ) Οι παρακάτω πίνακες αντιστοιχούν ο πρώτος σε ανάλογα ποσά και ο δεύτερος σε αντιστρόφως ανάλογα ποσά. Να συμπληρώσετε τους πίνακες δικαιολογώντας την απάντησή σας .

Ανάλογα ποσά	x	5		8		Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	x	3		1	8
	y	10	4		12		y	4	6		

2^ο Θέμα

- α) Ποια είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου;
β) Ποια είδη τριγώνων γνωρίζεται με κριτήριο τις πλευρές και ποια με κριτήριο τις γωνίες ;
γ) Με τι ισούται το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1^η Άσκηση

- α) Να αναλύσετε τους αριθμούς 126, 112, 42, και 56 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
β) Να βρείτε τον μέγιστο κοινό διαιρέτη και το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των παραπάνω αριθμών
γ) Με 126 τετράδια , 112 μολύβια , 42 γόμες και 56 ξύστρες θέλουμε να φτιάξουμε ομοιόμορφα δέματα που το κάθε δέμα θα περιέχει την ίδια ποσότητα από όλα τα παραπάνω αντικείμενα.
Να βρείτε πόσα το μέγιστο δυνατό τέτοια δέματα μπορούμε να φτιάξουμε και πόσα από το κάθε είδος των παραπάνω αντικειμένων θα περιέχει το κάθε δέμα .

2^η Άσκηση

Ένας manάβης αγόρασε 120 κιλά μήλα και πλήρωσε 48€. Τα $\frac{3}{4}$ των μήλων τα πούλησε με κέρδος 18% και τα υπόλοιπα τα πούλησε 0,15€το κιλό.
Να βρείτε αν ο manάβης κέρδισε ή έχασε και πόσο από αυτή την αγοροπωλησία.

3^η Άσκηση

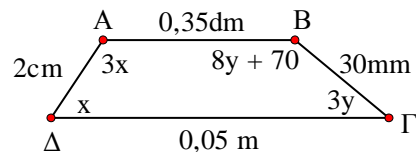
Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι τραπέζιο

Οι γωνίες του σε μοίρες είναι

$$\hat{A} = 3x, \quad \hat{B} = 8y + 70, \quad \hat{\Gamma} = 3y \quad \text{και} \quad \hat{\Delta} = x$$

Να υπολογίσετε

- α) Τις γωνίες του τραpezίου.
β) Την περίμετρο του τραpezίου.



(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

α)

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα όταν το πηλίκο των αντιστοίχων τιμών τους είναι πάντα το ίδιο (σταθερό), ενώ αντιστρόφως ανάλογα όταν το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών τους είναι πάντα το ίδιο (σταθερό).

β)

Η γραμμή στην οποία βρίσκονται τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη (x, y) δύο αναλόγων ποσών είναι μία ημιευθεία με αρχή την αρχή των ημιαξόνων.

Ενώ η γραμμή στην οποία βρίσκονται τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη (x, y) δύο αντιστρόφως αναλόγων ποσών είναι μία καμπύλη την οποία ονομάζουμε υπερβολή.

γ)

Στον πρώτο πίνακα είναι $\frac{y}{x} = \frac{10}{5} = 2$ οπότε $y = 2x$

Επομένως, όταν $y = 4$ τότε $4 = 2x$ άρα $x = 4 : 2 = 2$
όταν $y = 12$ τότε $12 = 2x$ άρα $x = 12 : 2 = 6$
όταν $x = 8$ τότε $y = 2 \cdot 8$ άρα $y = 16$

Στον δεύτερο πίνακα είναι $xy = 3 \cdot 4 = 12$ οπότε $y = \frac{12}{x}$

Επομένως όταν $y = 6$ τότε $6 = \frac{12}{x}$ άρα $x = 12 : 6 = 2$

όταν $x = 1$ τότε $y = \frac{12}{1}$ άρα $y = 12$

όταν $x = 8$ τότε $y = \frac{12}{8}$ άρα $y = 1,5$

Οι πίνακες συμπληρωμένοι γίνονται

Ανάλογα	x	5	2	8	6	Αντιστρόφως	x	3	2	1	8
ποσά	y	10	4	16	12	ανάλογα ποσά	y	4	6	12	1,5

2^ο Θέμα (απάντηση)

α)

Κύρια στοιχεία είναι οι πλευρές, οι γωνίες και οι κορυφές, ενώ δευτερεύοντα τα ύψη, οι διάμεσοι και οι διχοτόμοι.

β)

Με κριτήριο τις πλευρές είναι τα ισόπλευρα, ισοσκελή και σκαληνά.

Ενώ με κριτήριο τις γωνίες είναι τα ορθογώνια, τα οξυγώνια και τα αμβλυγώνια.

γ)

Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ισούται με 180° .

1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$126 = 2 \cdot 63 = 2 \cdot 7 \cdot 9 = 2 \cdot 7 \cdot 3^2$$

$$112 = 2 \cdot 56 = 2 \cdot 7 \cdot 8 = 2 \cdot 7 \cdot 2^3 = 7 \cdot 2^4$$

$$42 = 2 \cdot 21 = 2 \cdot 7 \cdot 3$$

$$56 = 7 \cdot 8 = 7 \cdot 2^3$$

β)

$$\text{ΜΚΔ}(126, 112, 42, 56) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\text{ΕΚΠ}(126, 112, 42, 56) = 2^4 \cdot 7 \cdot 3^2 = 16 \cdot 7 \cdot 9 = 1008$$

γ)

Το πλήθος των δεμάτων πρέπει να είναι αριθμός που είναι κοινός διαιρέτης των 126, 112, 42, 56. Και επειδή θέλουμε τον μέγιστο δυνατό αριθμό δεμάτων, αυτός πρέπει να είναι ο ΜΚΔ. Άρα το ζητούμενο πλήθος είναι 14.

Το κάθε δέμα θα περιέχει

126 : 14 = 9	τετράδια
112 : 14 = 8	μολύβια
42 : 14 = 3	γόμες και
56 : 14 = 4	ξύστρες

2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

Το κιλό τα μήλα κόστιζαν $120 : 48 = 0,4\text{€}$

Τα $\frac{3}{4}$ των μήλων είναι $\frac{3}{4} \cdot 120 = 90$ κιλά

Το κόστος των 90 κιλών είναι $90 \cdot 0,4 = 36 \text{ €}$

Το κέρδος από την πώληση των 90 κιλών είναι $\frac{18}{100} \cdot 36 = 6,48 \text{ €}$

Οπότε η εισπραξη από αυτήν την πώληση είναι $36 + 6,48 = 42,48$

Τα υπόλοιπα 30 κιλά πουλήθηκαν προς 0,15€ το κιλό,

άρα εισπράχτηκαν $30 \cdot 0,15 = 4,5 \text{ €}$

Η συνολική εισπραξη είναι $42,48 + 4,5 = 46,98 \text{ €}$

Επειδή $46,98 < 48$, ο manάβης έχασε από την αγοροπωλησία.

Το ποσό που έχασε είναι $48 - 46,98 = 1,02\text{€}$

3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Οι γωνίες \hat{A} και $\hat{\Delta}$ ως εντός και επί τα αυτά είναι

Παραπληρωματικές, οπότε $\hat{A} + \hat{\Delta} = 180^\circ$

$$\text{άρα } 3x + x = 180^\circ$$

$$4x = 180^\circ \text{ οπότε}$$

$$x = 180^\circ : 4 = 45^\circ$$

Επομένως $\hat{A} = 3 \cdot 45 = 135^\circ$ και $\hat{\Delta} = 45^\circ$

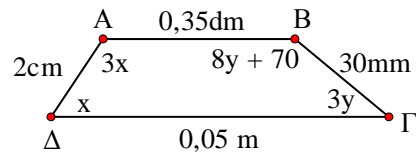
Ομοίως για τις γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ έχουμε $8y + 70^\circ + 3y = 180^\circ$

$$11y + 70^\circ = 180^\circ$$

$$11y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$y = 10^\circ$$

Επομένως $\hat{B} = 8 \cdot 10 + 70 = 150^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 3 \cdot 10 = 30^\circ$



β)

$$0,35\text{dm} = 0,35 \cdot 10 \text{ cm} = 3,5 \text{ cm}$$

$$30\text{mm} = 30 : 10 \text{ cm} = 3\text{cm}$$

$$0,05\text{m} = 0,05 \cdot 100\text{cm} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Οπότε η περίμετρος Π είναι } \Pi = \text{AB} + \text{BΓ} + \text{ΓΔ} + \text{ΔΑ} = 3,5 + 3 + 5 + 2 = 13,5 \text{ cm}$$

netsuccess.gr