

## 3.6 ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

### ΘΕΩΡΙΑ

1.

**Εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας  $\mu^\circ$ :**  $E = \pi r^2 \cdot \frac{\mu}{360}$ , όπου  $r$  η ακτίνα του κύκλου και  $\pi$  ο γνωστός αριθμός.

2.

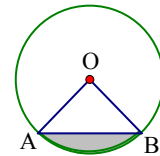
**Εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας  $\alpha$  rad:**  $E = \frac{1}{2} \alpha r^2$ , όπου  $r$  η ακτίνα του κύκλου

### ΣΧΟΛΙΑ

1.

#### Κυκλικό τμήμα

Κυκλικό τμήμα λέγεται η περιοχή του κυκλικού δίσκου που περικλείεται μεταξύ ενός τόξου και της αντίστοιχης χορδής. Στο διπλανό σχήμα ένα κυκλικό τμήμα είναι η γκριζα περιοχή και ένα άλλο είναι η λευκή περιοχή.



Το εμβαδόν του γκριζου κυκλικού τμήματος το βρίσκουμε αν από το εμβαδόν του τομέα OAB αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τριγώνου OAB.

Το εμβαδόν του λευκού κυκλικού τμήματος το βρίσκουμε αν από το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου αφαιρέσουμε το εμβαδόν του γκριζου κυκλικού τμήματος.

2.

#### Εμβαδόν περιοχής όχι συγκεκριμένης μορφής

Αναλύω την περιοχή σε άθροισμα ή διαφορά άλλων περιοχών προσδιορίσιμου εμβαδού

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**1.**

Ένας κύκλος έχει εμβαδόν  $E = 1519,76 \text{ cm}^2$ .

- α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του παραπάνω κύκλου γωνίας  $72^\circ$   
 β) Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου του τομέα

**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$E_{\text{κύκλου}} = \pi r^2 \quad \text{άρα} \quad \pi r^2 = 1519,76$$

$$E_{\text{κ.τ}} = \pi r^2 \frac{\mu}{360} = 1519,76 \cdot \frac{72}{360} = 303,952 \text{ cm}^2$$

β)

$$\text{Αφού } \pi r^2 = 1519,76, \text{ είναι } r^2 = \frac{1519,76}{3,14} = 484 \text{ οπότε } r = \sqrt{484} = 22 \text{ cm}$$

$$\ell_{\text{τόξου}} = 2\pi r \frac{\mu}{360} = 2 \cdot 3,14 \cdot 22 \cdot \frac{72}{360} = 27,632 \text{ cm} .$$

**2.**

Το μήκος  $\ell$  ενός τόξου  $30^\circ$  είναι  $\ell = \frac{2\pi}{3}$ . Να υπολογίσετε

- α) Το εμβαδόν του κύκλου στον οποίο ανήκει το τόξο  
 β) Το μήκος του παραπάνω κύκλου  
 γ) Το εμβαδόν του τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο

**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$\ell_{\text{τόξου}} = 2\pi r \frac{\mu}{360} \quad \text{άρα} \quad \frac{2\pi}{3} = 2\pi r \cdot \frac{30}{360} \quad \text{από όπου } r = 4$$

$$E_{\text{κύκλου}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24$$

β)

$$L_{\text{κύκλου}} = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12$$

γ)

$$E_{\text{κ.τ}} = \pi r^2 \frac{\mu}{360} = 50,24 \cdot \frac{30}{360} = 4,18 \text{ περίπου}$$

**3.**

Ένας κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν ίσο με το  $\frac{1}{10}$  του εμβαδού του κύκλου στον

οποίο ανήκει. Να υπολογίσετε

α) Την γωνία του τομέα

β) Να βρείτε τον λόγο του μήκους του κύκλου προς το μήκος του τόξου του τομέα

**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$E_{\kappa.\tau} = \frac{1}{10} E_{\text{κύκλου}} \quad \text{άρα} \quad \pi r^2 \frac{\mu}{360} = \frac{1}{10} \pi r^2$$

$$\frac{\mu}{360} = \frac{1}{10}$$

$$\mu = 36^\circ$$

β)

$$\frac{L_{\text{κύκλου}}}{\ell_{\text{τόξου}}} = \frac{2\pi r}{2\pi r \cdot \frac{\mu}{360}} = \frac{360}{\mu} = 10$$

**4.**

Ένας κυκλικός τομέας γωνίας  $120^\circ$  ενός κύκλου ακτίνας  $\rho$  έχει εμβαδόν  $84,78 \text{ cm}^2$

Να υπολογίσετε

α) Την ακτίνα του κύκλου

β) Το μήκος του τόξου του τομέα

**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$E_{\kappa.\tau} = \pi r^2 \frac{\mu}{360} \quad \text{οπότε} \quad 84,78 = 3,14 r^2 \frac{120}{360} \quad \text{απ'όπου} \quad r^2 = 81 \quad \text{άρα} \quad r = 9 \text{ cm}$$

β)

$$\ell_{\text{τόξου}} = 2\pi r \frac{\mu}{360} = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot \frac{120}{360} = 18,84 \text{ cm}$$

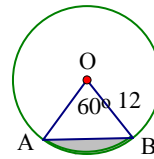
5.

Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε

α) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα OAB

β) Το εμβαδόν του τριγώνου OAB

γ) Το γραμμοσκιασμένο κυκλικό τμήμα



**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$E_{\kappa.\tau} = \pi r^2 \frac{\mu}{360} = 3,14 \cdot 12^2 \frac{60}{360} = 75,36$$

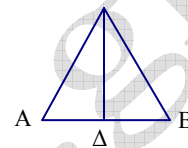
β)

Επειδή το τρίγωνο OAB είναι ισοσκελές με  $OA = OB$  και  $\widehat{O} = 60^\circ$  θα είναι και κάθε μία από τις προσκείμενες στην βάση του γωνίες  $60^\circ$ . Συνεπώς το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

Φέρνοντας το ύψος OΔ ως γνωστό αυτό είναι και διάμεσος, επομένως  $A\Delta = 6$ .

$$\begin{aligned} \text{Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ότι } O\Delta^2 &= OA^2 - A\Delta^2 = \\ &= 12^2 - 6^2 = \\ &= 144 - 36 = 108 \end{aligned}$$

$$\text{οπότε } O\Delta = \sqrt{108} \approx 10,39$$



Σχόλιο 1

$$\begin{aligned} \text{Επομένως το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι } (AOB) &= \frac{AB \cdot O\Delta}{2} = \\ &= \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 62,34 \end{aligned}$$

γ)

$$\begin{aligned} \text{Το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος είναι ίσο με } E_{\kappa.\tau\mu\eta\mu.} &= E_{\kappa.\tau} - (AOB) = \\ &= 75,36 - 62,34 = \\ &= 13,02 \end{aligned}$$

6.

Στο διπλανό σχήμα, οι ακτίνες των κύκλων είναι  $\rho_1 = 12\text{cm}$  και  $\rho_2 = 6\text{cm}$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής.

**Προτεινόμενη λύση**

Το ζητούμενο εμβαδόν προκύπτει αν από το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $ΟΒΔ$  αφαιρέσουμε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $ΟΑΓ$ .

$$E_{\text{κ.τ. } ΟΒΔ} = \pi \rho^2 \frac{\mu}{360} = 3,14 \cdot 12^2 \cdot \frac{60}{360} = 75,36 \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{κ.τ. } ΟΑΓ} = \pi \rho^2 \frac{\mu}{360} = 3,14 \cdot 6^2 \cdot \frac{60}{360} = 18,84 \text{ cm}^2$$

$$E_{\zeta} = 75,36 - 18,84 = 56,52 \text{ cm}^2$$

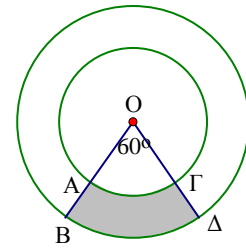
Η περίμετρος της ζητούμενης περιοχής είναι ίση με το άθροισμα των μηκών των δύο τόξων  $\widehat{ΒΔ}$  και  $\widehat{ΑΓ}$  και το άθροισμα των μηκών των δύο ευθυγράμμων τμημάτων  $ΑΒ$  και  $ΓΔ$ .

$$\ell_{\text{τόξου } ΑΓ} = 2\pi \rho \frac{\mu}{360} = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot \frac{60}{360} = 6,28 \text{ cm}$$

$$\ell_{\text{τόξου } ΒΔ} = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \cdot \frac{60}{360} = 12,56 \text{ cm}$$

$$ΑΒ = ΓΔ = 12 - 6 = 6 \text{ cm}$$

Η ζητούμενη περίμετρος είναι  $\Pi = 6,28 + 12,56 + 2 \cdot 6 = 30,84 \text{ cm}$



Σχόλιο 2

7.

Το διπλανό τετράγωνο έχει πλευρά  $5\sqrt{2} \text{ cm}$ . Να βρείτε το εμβαδόν της γκριζας περιοχής

**Προτεινόμενη λύση**

Το ζητούμενο εμβαδόν θα προκύψει αν από το εμβαδόν του τετραγώνου αφαιρέσουμε το άθροισμα των εμβαδών των δύο τεταρτοκυκλίων.

$$E_{\text{τετρ.}} = (5\sqrt{2})^2 = 50 \text{ cm}^2$$

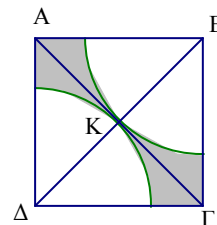
Η ακτίνα των τεταρτοκυκλίων είναι ίση με το μισό της διαγωνίου του τετραγώνου. Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2 = (5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = 100 \quad \text{άρα} \quad ΑΓ = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Επομένως  $\rho = 5\text{cm}$  και το εμβαδόν του κάθε τεταρτοκύκλιου είναι

$$E = \pi \rho^2 \frac{\mu}{360} = 3,14 \cdot 5^2 \cdot \frac{90}{360} = 19,625 \text{ cm}^2 \quad \text{οπότε}$$

$$E_{\zeta} = 50 - 2 \cdot 19,625 = 10,75 \text{ cm}^2$$



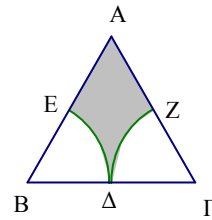
8.

Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισόπλευρο πλευράς  $a = 6$  cm.

Με κέντρα τις κορυφές  $B$  και  $\Gamma$  και ακτίνα 3cm

γράφουμε τα τόξα  $\widehat{AE}$  και  $\widehat{AZ}$  που φαίνονται στο σχήμα.

Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν της γκριζας περιοχής.



**Προτεινόμενη λύση**

Η ζητούμενη περίμετρος είναι ίση με

$$\Pi = AE + \ell_{\text{τόξου } E\Delta} + \ell_{\text{τόξου } \Delta Z} + AZ$$

$$AE = AZ = 3 \text{ cm και}$$

$$\ell_{\text{τόξου } E\Delta} = \ell_{\text{τόξου } \Delta Z} = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot \frac{60}{360} = 3,14 \text{ cm}$$

$$\text{Επομένως } \Pi = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3,14 = 6 + 6,28 = 12,28 \text{ cm}$$

Το ζητούμενο εμβαδόν προκύπτει αν από το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου

αφαιρέσουμε το άθροισμα των εμβαδών των δύο κυκλικών τομέων

Όπως και στην άσκηση (5) βρίσκουμε ότι το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσο με  $E = 15,57 \text{ cm}^2$  και το εμβαδόν του κάθε τομέα

$$E_{\kappa.\tau} = 3,14 \cdot 3^2 \cdot \frac{60}{360} = 4,71 \text{ cm}^2$$

$$\text{Επομένως } E_{\text{ζητ.}} = 15,57 - 2 \cdot 4,71 = 6,15 \text{ cm}^2$$

9.

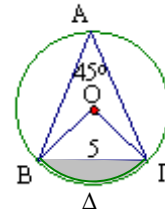
Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε

α) Το μήκος του τόξου  $\widehat{B\Gamma}$

β) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $OB\Gamma$

γ) Το εμβαδόν του τριγώνου  $OB\Gamma$

δ) Το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος  $B\Delta\Gamma$



**Προτεινόμενη λύση**

α)

Είναι  $\widehat{O} = 90^\circ$  ως αντίστοιχη επίκεντρη της εγγεγραμμένης των  $45^\circ$  επομένως το τρίγωνο  $OB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ότι  $BO^2 + O\Gamma^2 = B\Gamma^2$  άρα

$$\rho^2 + \rho^2 = 5^2$$

$$2\rho^2 = 25$$

$$\rho^2 = 12,5 \text{ συνεπώς } \rho = \sqrt{12,5} \approx 3,5 \text{ cm}$$

$$\ell_{\text{τόξου } B\Gamma} = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,5 \cdot \frac{90}{360} = 5,495 \text{ cm}$$

β)

$$E_{\kappa.\tau \text{ } OB\Gamma} = 3,14 \cdot 12,5 \cdot \frac{90}{360} = 9,8125 \text{ cm}^2$$

γ)

$$(OB\Gamma) = \frac{OB \cdot O\Gamma}{2} = \frac{\rho^2}{2} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ cm}^2$$

δ)

$$E_{\text{κυκλ. τμ}} = E_{\kappa.\tau \text{ } OB\Gamma} - (OB\Gamma) = 9,8125 - 6,25 = 3,5625 \text{ cm}^2$$

**10.**

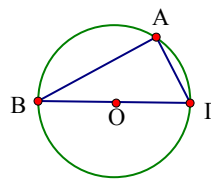
Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος ,  
ΑΓ = 5 cm και ΑΒ = 12 cm .

Να υπολογίσετε

α) Την ακτίνα του κύκλου

β) Το εμβαδόν του κύκλου

γ) Το εμβαδόν της περιοχής μεταξύ κύκλου και τριγώνου

**Προτεινόμενη λύση**

α)

Επειδή η ΒΟΓ είναι διάμετρος, η γωνία  $\hat{A} = 90^\circ$  (εγγεγραμμένη σε ημικύκλιο)

$$\text{Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε } ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 =$$

$$= 12^2 + 5^2 =$$

$$= 169 \text{ άρα } ΒΓ = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\text{επομένως } \rho = 6,5 \text{ cm}$$

β)

$$E_{\text{κύκλου}} = 3,14 \cdot 6,5^2 = 132,665 \text{ cm}^2$$

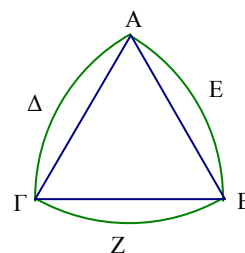
γ)

$$E_{\text{τριγώνου}} = \frac{ΑΒ \cdot ΑΓ}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

$$E_{\text{ζητ.}} = E_{\text{κύκλου}} - E_{\text{τριγώνου}} = 102,665 \text{ cm}^2 .$$

**11.**

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο  
με πλευρά  $a = 6 \text{ cm}$  . Τα τόξα  $\widehat{ΑΔΓ}$  ,  $\widehat{ΓΖΒ}$  και  $\widehat{ΑΕΒ}$   
είναι τόξα των κύκλων που γράφονται με κέντρα Β, Α  
και Γ αντίστοιχα και ακτίνα  $\rho = a = 6 \text{ cm}$   
Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν του  
καμπυλόγραμμου τριγώνου ΑΔΓΖΒΕΑ

**Προτεινόμενη λύση**

Αφού το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο κάθε μία από τις γωνίες του είναι  $60^\circ$

Η περίμετρος του καμπυλόγραμμου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των μηκών των  
τριών ίσων τόξων  $\widehat{ΑΔΓ}$  ,  $\widehat{ΓΖΒ}$  και  $\widehat{ΑΕΒ}$  των οποίων η γωνία είναι  $60^\circ$  και η ακτίνα  
των κύκλων στους οποίους βρίσκονται είναι  $a = 6 \text{ cm}$  .

$$\text{Το μήκος κάθε τόξου είναι } \ell = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot \frac{60}{360} = 6,28$$

επομένως η ζητούμενη περίμετρος είναι ίση με  $\Pi = 3 \cdot 6,28 = 18,84 \text{ cm}$

Το ζητούμενο εμβαδόν είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών του τριγώνου ΑΒΓ και  
των τριών ίσων κυκλικών τμημάτων ΑΔΓΑ , ΓΖΒΓ και ΒΕΑΒ .

Το εμβαδόν κάθε κυκλικού τμήματος προκύπτει αν από το εμβαδόν του αντίστοιχου  
κυκλικού τομέα αν αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τριγώνου.

$$E_{\text{κ.τ.}} = 3,14 \cdot 6^2 \cdot \frac{60}{360} = 18,84 \text{ cm}^2 \text{ και}$$

Το εμβαδόν του τριγώνου, όπως είδαμε στην άσκηση 8, είναι  $(ΑΒΓ) = 15,57 \text{ cm}^2$

Επομένως το εμβαδό κάθε κυκλικού τμήματος είναι

$$E_{\text{κ.τμμ.}} = 18,84 - 15,57 = 3,27 \text{ cm}^2 .$$

Το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου είναι ίσο με

$$E = (AB\Gamma) + 3E_{\text{κ.τμμημ.}} = 15,57 + 3 \cdot 3,27 = 25,38 \text{ cm}^2$$

**12.**

Στο διπλανό σχήμα είναι  $\widehat{\Gamma\Delta B} = 140^\circ$ ,  $\widehat{\Gamma\epsilon A} = 84^\circ$  και  $OA = 10\text{cm}$ .  
Να βρείτε

- α) Το μήκος του τόξου  $\widehat{AZB}$   
β) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα  $A\epsilon\Gamma\Delta B$

**Προτεινόμενη λύση**

α)

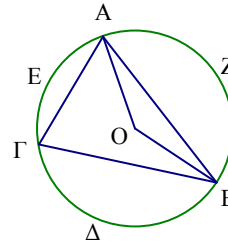
$$\widehat{AZB} = 360^\circ - 140^\circ - 84^\circ = 136^\circ$$

$$\ell_{\text{τόξου}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot \frac{136}{360} \approx 23,72 \text{ cm}$$

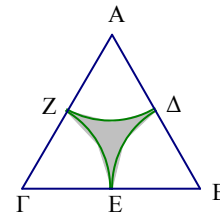
β)

Η γωνία του τομέα είναι  $360^\circ - 136^\circ = 224^\circ$

$$\text{Οπότε } E_{\text{κ.τ}} = 3,14 \cdot 10^2 \cdot \frac{224}{360} \approx 195,38 \text{ cm}^2$$

**13.**

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισόπλευρο με πλευρά  $a = 6\text{cm}$ . Με κέντρα τις κορυφές του τριγώνου και ακτίνα  $\rho = 3\text{cm}$  γράφουμε στο εσωτερικό του τριγώνου τα τόξα  $\widehat{\Delta\epsilon}$ ,  $\widehat{\Delta Z}$  και  $\widehat{Z\epsilon}$ . Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου  $\Delta\epsilon Z$ .

**Προτεινόμενη λύση**

Το τρίγωνο είναι ισόπλευρο άρα κάθε γωνία του είναι  $60^\circ$

Η περίμετρος του καμπυλόγραμμου τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των μηκών των τριών ίσων τόξων  $\widehat{\Delta\epsilon}$ ,  $\widehat{\Delta Z}$  και  $\widehat{Z\epsilon}$ . Κάθε ένα από αυτά έχει γωνία  $60^\circ$  και βρίσκεται σε τομέα ακτίνας  $\rho = 3\text{cm}$ .

$$\text{Το μήκος κάθε τόξου είναι } \ell_{\text{τόξου}} = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot \frac{60}{360} = 3,14 \text{ cm}$$

$$\text{Συνεπώς η ζητούμενη περίμετρος είναι } \Pi = 3 \cdot 3,14 = 9,42 \text{ cm}$$

Το ζητούμενο εμβαδόν είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  μείον το άθροισμα των εμβαδών των τριών ίσων κυκλικών τομέων.

Όμως, όπως είδαμε στην άσκηση 11,  $(AB\Gamma) = 15,57 \text{ cm}^2$

$$\text{και το εμβαδό του κάθε τομέα είναι } E_{\text{κ.τ.}} = 3,14 \cdot 3^2 \cdot \frac{60}{360} = 4,71 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Άρα } E_{\zeta} = 15,57 - 3 \cdot 4,71 = 1,44 \text{ cm}^2$$

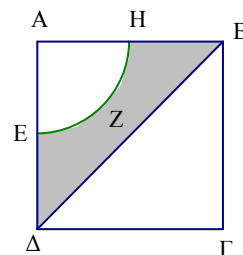


**14.**

Στο διπλανό σχήμα, το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $a = 10$  cm.

Με κέντρο το  $A$  και ακτίνα  $\rho = 5$  cm, στο εσωτερικό του τετραγώνου, γράφουμε το τεταρτοκύκλιο  $EZH$ .

- α) Να βρείτε τον λόγο του εμβαδού του τεταρτοκυκλίου προς το εμβαδόν του τετραγώνου.  
β) Να βρείτε το εμβαδόν της γκριζας περιοχής

**Προτεινόμενη λύση**

α)

$$E_{\text{τετραγώνου}} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2, \quad E_{\text{τεταρτ.}} = 3,14 \cdot 5^2 \cdot \frac{90}{360} = 19,625 \text{ cm}^2$$

$$\frac{E_{\text{τεταρτ}}}{E_{\text{τετραγ}}} = \frac{19,625}{100} = 0,19625$$

Σχόλιο 2

β)

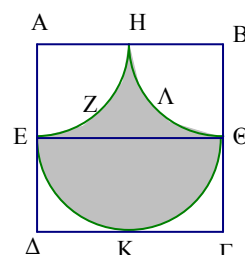
Το εμβαδόν της ζητούμενης περιοχής προκύπτει αν από το μισό του εμβαδού του τετραγώνου αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τεταρτοκύκλιου έτσι  $E_z = 50 - 19,625 = 30,375 \text{ cm}^2$

**15.**

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $a = 10$  cm.

Με κέντρα τα  $A$  και  $B$  και ακτίνα  $\rho = 5$  cm, στο εσωτερικό του τετραγώνου, γράφουμε τα τεταρτοκύκλια  $EZH$ ,  $ΗΛ\Theta$  και με διάμετρο  $E\Theta$  το ημικύκλιο  $EΚ\Theta$ .

Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν της γκριζας περιοχής

**Προτεινόμενη λύση**

Η ζητούμενη περίμετρος είναι ίση με το άθροισμα των μηκών των δύο τεταρτοκυκλίων και του ημικυκλίου. Επειδή τα εν λόγω τόξα είναι σε κύκλους με την ίδια ακτίνα  $\rho = 5$  το παραπάνω άθροισμα είναι ίσο με το μήκος του κύκλου ακτίνας  $\rho = 5$ . Άρα  $\Pi = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4$  cm

Το ζητούμενο εμβαδόν θα προκύψει αν από το μισό του εμβαδού του τετραγώνου αφαιρέσουμε τα δύο τεταρτοκύκλια και προσθέσουμε το ημικύκλιο

Αυτό το αποτέλεσμα όπως είναι φανερό είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του

τετραγώνου. Οπότε  $E_z = \frac{a^2}{2} = 50 \text{ cm}^2$ .

Σχόλιο 2