

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

- A.** α) Ποια ποσά ονομάζουμε αντιστρόφως ανάλογα ;
 β) Αν τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα τότε ποια σχέση τα συνδέει ;
- B.** Στον παρακάτω πίνακα τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα.
 Να συμπληρώσετε τον πίνακα

x	4	12	
y	9		36

2^ο Θέμα

- A.** α) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα του θετικού αριθμού a και πως την συμβολίζουμε;
 β) Να συμπληρώσετε τις ισότητες i. $\sqrt{a^2} = \dots$ ii. $(\sqrt{a})^2 = \dots$ iii. $\sqrt{0} = \dots$
- B.** Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες
- $\sqrt{36} = 6$
 - $\sqrt{-49} = -7$
 - $\sqrt{(-5)^2} = 5$
 - $\sqrt{36 + 64} = 6 + 8$
 - Η εξίσωση $x^2 = 100$ έχει μοναδική λύση το 10

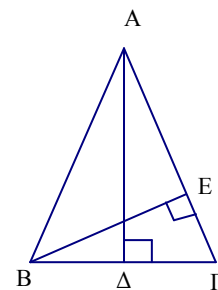
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1^η Άσκηση

- α) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{2x-2}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{6}$
- β) Αν $x = -6$ είναι η λύση της παραπάνω εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε να ισχύει $(2\lambda + 3)x - 6\lambda + 4 \geq \lambda(2x - 3) + 5$

2^η Άσκηση

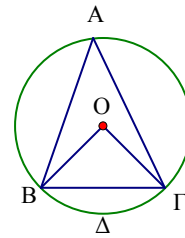
- α) Το διπλανό τρίγωνο έχει μήκη πλευρών $AB = \sqrt{64} + 2\sqrt{36}$, $B\Gamma = 24$ και $A\Gamma = \sqrt{16} + 2\sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2014}}$
 Δείξτε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
- β) Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην $B\Gamma$ και το εμβαδόν του τριγώνου.
- γ) Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην $A\Gamma$



3^η Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα είναι $B\Gamma = \sqrt{32}$ και $\hat{A} = 45^\circ$
 Να υπολογίσετε :

- τη γωνία $B\hat{O}\Gamma$
- την ακτίνα του κύκλου
- το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $OB\Delta\Gamma$
- το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά την $B\Gamma$



(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

A. α)

Δύο ποσά ονομάζουμε αντιστρόφως ανάλογα όταν πολλαπλασιαζόμενη (διαιρούμενη) η τιμή του ενός με έναν αριθμό , διαιρείται (πολλαπλασιάζεται) η τιμή του άλλου με τον ίδιο αριθμό.

A. β)

$$y = \frac{\alpha}{x}, \alpha \neq 0 \quad \text{ή} \quad yx = \alpha \text{ με } \alpha \neq 0$$

B.

Από τη δεύτερη στήλη του πίνακα βλέπουμε ότι $xy = 36$

Οπότε συμπληρωμένος ο πίνακας είναι

x	4	12	1
y	9	3	36

2^ο Θέμα (απάντηση)

A. α)

Ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα του θετικού αριθμού a έναν άλλο θετικό αριθμό , που αν τον υψώσουμε στο τετράγωνο δίνει τον a .

Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται με \sqrt{a}

A. β)

Συμπληρωμένες οι ισότητες είναι $\sqrt{a^2} = |a|$ ii. $(\sqrt{a})^2 = a$ iii. $\sqrt{0} = 0$

B.

Να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες

- Σ
- Λ (ρίζα αρνητικού δεν ορίζεται)
- Σ ($\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{5^2} = 5$)
- Λ ($\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$)
- Λ (λύσεις είναι το 10 ή το -10)

1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\begin{aligned} \text{ΕΚΠ}(3, 4, 6) = 12 \quad \text{άρα} \quad \frac{2x-2}{3} - \frac{3x-2}{4} &= \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{6} \\ 12 \cdot \frac{2x-2}{3} - 12 \cdot \frac{3x-2}{4} &= 12 \cdot \frac{5x-4}{6} - 12 \cdot \frac{7x+6}{6} \\ 4(2x-2) - 3(3x-2) &= 2(5x-4) - 2(7x+6) \\ 8x-8-9x+6 &= 10x-8-14x-12 \\ 8x-9x-10x+14x &= -8-12+8-6 \\ 3x &= -18 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \text{Για } x = -6 \text{ η ανίσωση γίνεται } (2\lambda+3)(-6) - 6\lambda + 4 &\geq \lambda[2(-6) - 3] + 5 \\ -12\lambda - 18 - 6\lambda + 4 &\geq -15\lambda + 5 \\ -12\lambda - 6\lambda + 15\lambda &\geq 5 - 4 + 18 \\ -3\lambda &\geq 19 \quad \text{άρα } \lambda \leq -\frac{19}{3} \end{aligned}$$

2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$AB = \sqrt{64} + 2\sqrt{36} = 8 + 2 \cdot 6 = 20$$

$$B\Gamma = 24 \text{ και}$$

$$A\Gamma = \sqrt{16} + 2\sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{(-1)^{2014}} = 4 + 2 \cdot 5 + 7 - \sqrt{1} = 4 + 10 + 7 - 1 = 20$$

Άρα $AB = A\Gamma$, δηλαδή το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την $B\Gamma$

β)

Το ύψος $A\Delta$ που αντιστοιχεί στην βάση $B\Gamma$ είναι και διάμεσος, οπότε από Πυθαγόρειο στο $AB\Delta$

$$\begin{aligned} \text{έχουμε } A\Delta^2 &= AB^2 - B\Delta^2 = \\ &= 20^2 - 12^2 = \\ &= 400 - 144 = 256 \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } A\Delta = \sqrt{256} = 16$$

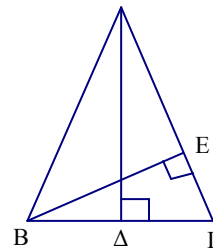
$$\text{Το εμβαδόν του τριγώνου είναι } E = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 192$$

γ)

$$\text{Αν } BE \text{ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην } A\Gamma \text{ τότε } E = \frac{A\Gamma \cdot BE}{2} \quad \text{άρα}$$

$$192 = \frac{20 \cdot BE}{2} \quad \text{οπότε}$$

$$BE = 19,2$$



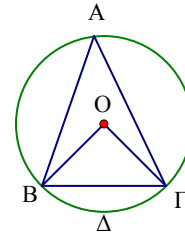
3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Η $\widehat{BO\Gamma}$ είναι η αντίστοιχη επίκεντρη της εγγεγραμμένης γωνίας \widehat{A} , άρα $\widehat{BO\Gamma} = 2\widehat{A} = 90^\circ$

β)

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $BO\Gamma$ έχουμε

$$\begin{aligned} B\Gamma^2 &= OB^2 + O\Gamma^2 \\ (\sqrt{32})^2 &= \rho^2 + \rho^2 \\ 32 &= 2\rho^2 \\ \rho^2 &= 16 \\ \rho &= 4 \end{aligned}$$


γ)

$$(OB\Delta\Gamma) = \frac{\pi\rho^2\mu}{360} = \frac{3,14 \cdot 4^2 \cdot 90}{360} = 12,56 \text{ τετραγωνικές μονάδες}$$

δ)

$$E_{\text{τετραγώνου}} = B\Gamma^2 = (\sqrt{32})^2 = 32 \text{ τετραγωνικές μονάδες}$$

netsuccess.gr