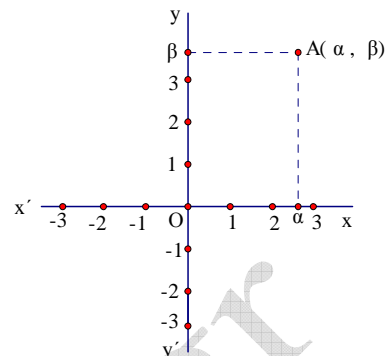


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 3

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

- α) Τι ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων;
 β) Στο διπλανό σχήμα
 i. Πώς ονομάζεται ο άξονας xx' και πώς ο άξονας yy' ;
 ii. Πώς ονομάζεται ο αριθμός α και πώς ο β
 iii. Τι αντιπροσωπεύουν για το σημείο A και οι δύο μαζί οι αριθμοί α και β ;



2^ο Θέμα

- α) i. Ποιο πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;
 ii. Με τι ισούται η κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου;
 iii. Ποια σχέση συνδέει την γωνία ενός κανονικού πολυγώνου με την κεντρική του γωνία;
 β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου ω	Γωνία κανονικού πολυγώνου φ	Πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου ν
60°		
	150°	
		15

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

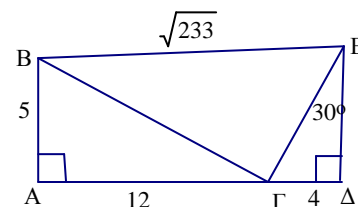
1^η Άσκηση

- α) Έχουμε 28 χαρτονομίσματα των 5€ και 10 € και έστω x τα πεντάευρα.
 Να βρείτε έναν τύπο που να μας δίνει την αξία y όλων των χαρτονομισμάτων ως συνάρτηση του x
 β) Αν $x = 22$, να βρείτε την αξία y των χαρτονομισμάτων.
 γ) Αν $y = 220$, να βρείτε πόσα πεντάευρα και πόσα δεκάευρα έχουμε.
 δ) Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε την γραμμή πάνω στην οποία βρίσκονται τα ζεύγη (x, y) που επαληθεύουν τον τύπο του ερωτήματος (α)

2^η Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 5$, $AG = 12$,
 $\Gamma\Delta = 4$, $BE = \sqrt{233}$ και $\hat{\Gamma E \Delta} = 30^\circ$.

- α) Δείξτε ότι $B\Gamma = 13$ και $\Gamma E = 8$
 β) Δείξτε ότι το τρίγωνο $B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο
 γ) Βρείτε το εμβαδόν του $ABE\Delta$ (δίνεται $\sqrt{3} = 1,73$)



3^η Άσκηση

Ο αριθμός των παιδιών 40 οικογενειών φαίνεται παρακάτω

1, 0, 2, 2, 3, 0, 1, 4, 2, 3, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 2, 0, 3, 3
 0, 0, 2, 2, 1, 3, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 0, 1, 4, 2, 3

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Αριθμός παιδιών	Συχνότητα	(συχνότητα)·(αριθμός παιδιών)	Σχετική Συχνότητα %
0			
1			
2			
3			
4			
Σύνολο			

β) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα των συχνοτήτων

γ) Να βρείτε την μέση τιμή και την διάμεσο

(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

α)

Ονομάζουμε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ένα σύστημα καθέτων μεταξύ τους αξόνων με την ίδια αρχή, τους οποίους άξονες έχουμε βαθμολογήσει με την ίδια μονάδα ;

β)

Στο δοσμένο σχήμα

i. Άξονας των τετμημένων και άξονας των τεταγμένων αντίστοιχα

ii. Τετμημένη του A και τεταγμένη του A αντίστοιχα

iii. Τις συντεταγμένες του A

2^ο Θέμα (απάντηση)

α)

i) Κανονικό ονομάζεται ένα πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες

ii) Αν $\hat{\omega}$ είναι η κεντρική γωνία τότε $\hat{\omega} = \frac{360^\circ}{v}$, όπου v το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου

iii) Αν $\hat{\phi}$ είναι η γωνία του πολυγώνου τότε $\hat{\omega} + \hat{\phi} = 180^\circ$

β)

Συμπληρωμένος ο πίνακας

Κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου ω	Γωνία κανονικού πολυγώνου ϕ	Πλήθος πλευρών κανονικού πολυγώνου v
60°	120°	6
30°	150°	12
24°	156°	15

Χρησιμοποιήσαμε τους τύπους $\hat{\omega} = \frac{360^\circ}{v}$ και $\hat{\omega} + \hat{\phi} = 180^\circ$

1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Αφού x είναι τα πεντάευρα, τότε τα δεκάευρα θα είναι $28 - x$

Η αξία των πεντάευρων είναι $5x$ € και των δεκάευρων $10(28 - x) = 280 - 10x$ €

Αν y είναι η αξία όλων των νομισμάτων, τότε $y = 5x + 280 - 10x$

$$y = -5x + 280$$

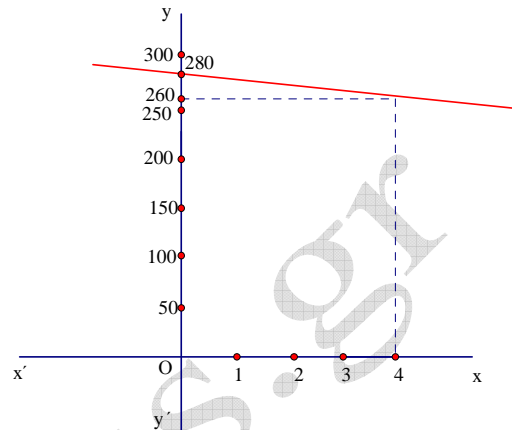
β)

$$\begin{aligned} \text{Αν } x = 22 \text{ τότε } y &= -5 \cdot 22 + 280 = \\ &= -110 + 280 = \\ &= 170 \text{ €} \end{aligned}$$

γ)

$$\begin{aligned} \text{Αν } y = 220 \text{ τότε } 220 &= -5x + 280 \\ 5x &= 60 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

Συνεπώς έχουμε 12 πεντάευρα και επομένως $28 - 12 = 16$ δεκάευρα



δ)

Η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή.

Για $x = 0$ έχουμε $y = 280$ και για $x = 4$ έχουμε $y = 260$

Οπότε δύο σημεία από τα οποία διέρχεται είναι τα $(0, 280)$, $(4, 260)$

Η γραφική παράσταση φαίνεται δίπλα, είναι η κόκκινη ευθεία.

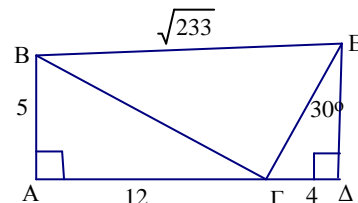
2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\begin{aligned} \text{Πυθαγόρειο στο } AB\Gamma : \quad B\Gamma^2 &= AB^2 + A\Gamma^2 = \\ &= 5^2 + 12^2 = \\ &= 25 + 144 = 169 \end{aligned}$$

$$\text{άρα } B\Gamma = \sqrt{169} = 13$$

$$\begin{aligned} \text{Στο τρίγωνο } E\Gamma\Delta \text{ είναι } \eta\mu 30^\circ &= \frac{\Gamma\Delta}{\Gamma E} \quad \text{άρα } \frac{1}{2} = \frac{4}{\Gamma E} \\ \Gamma E &= 8 \end{aligned}$$



β)

$$\begin{aligned} BE^2 &= (\sqrt{233})^2 = 233 \text{ και } B\Gamma^2 + \Gamma E^2 = 13^2 + 8^2 = \\ &= 169 + 64 = \\ &= 233 \end{aligned}$$

Επομένως $BE^2 = B\Gamma^2 + \Gamma E^2$, συνεπώς το τρίγωνο BEΓ είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα την BE

γ)

Είναι $AB \parallel ED$ διότι και οι δύο είναι κάθετες στην AD.

Άρα το ABED είναι τραπέζιο.

Είναι $AB = 5$, το ύψος του τραπέζιου είναι $AD = 12 + 4 = 16$.

$$\text{Και από το τρίγωνο } E\Gamma\Delta \text{ έχουμε ότι } \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{E\Delta}{\Gamma E} \quad \text{άρα } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{E\Delta}{8}$$

$$\text{οπότε } \Delta E = 4\sqrt{3} = 4 \cdot 1,73 = 6,92$$

$$\begin{aligned} \text{Το εμβαδόν του } ABE\Delta \text{ είναι } (ABE\Delta) &= \frac{(AB + \Delta E)A\Delta}{2} = \\ &= \frac{(5 + 6,92) \cdot 16}{2} = 95,36 \text{ τετραγωνικές μονάδες} \end{aligned}$$

3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Μετά από την σχετική διαλογή ο πίνακας συμπληρωμένος φαίνεται παρακάτω

Αριθμός παιδιών	Συχνότητα	(συχνότητα)·(αριθμός παιδιών)	Σχετική Συχνότητα %
0	7	0	17,5
1	9	9	22,5
2	14	28	35
3	8	24	20
4	2	8	5
Σύνολο	40	69	100

β)

Το ραβδόγραμμα των συχνοτήτων φαίνεται στο διπλανό σχήμα

γ)

Η μέση τιμή είναι

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{69}{40} = 1,725 \text{ παιδιά}$$

Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 40, η διάμεσος είναι ίση με το ημίαθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.

Οι μεσαίες παρατηρήσεις είναι η 20^η και η 21^η.

Όπως βλέπουμε στον πίνακα συχνοτήτων και η 20^η και η 21^η παρατηρήσεις έχουν τιμή 2.

Οπότε η διάμεσος είναι ίση με $\frac{2+2}{2} = 2$

