

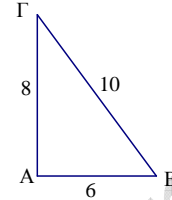
## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 4

### ΘΕΩΡΙΑ

#### 1<sup>ο</sup> Θέμα

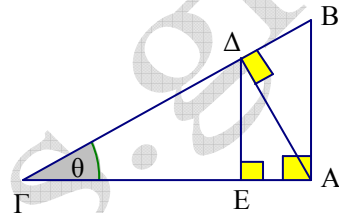
**A. α)** Να δώσετε τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου

**β)** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $B\Gamma = 10$ ,  $A\Gamma = 8$  και  $AB = 6$   
Να υπολογίσετε τα  $\eta\mu B$ ,  $\sigma\upsilon\nu B$  και  $\epsilon\phi B$



**B.** Στο διπλανό σχήμα, να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω σχέσεις

$$\begin{array}{lll} \alpha) \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} & \beta) \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\Gamma\Delta}{A\Gamma} & \gamma) \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B\Gamma}{E\Gamma} \\ \delta) \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{AB}{B\Gamma} & \epsilon) \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\Gamma E}{\Gamma\Delta} & \sigma\tau) \eta\mu\theta = \frac{AB}{B\Gamma} \\ \zeta) \eta\mu\theta = \frac{\Gamma E}{\Gamma\Delta} & \eta) \epsilon\phi\theta = \frac{AB}{A\Gamma} & \theta) \epsilon\phi\theta = \frac{A\Delta}{\Gamma\Delta} \\ \iota) \epsilon\phi\theta = \frac{A\Gamma}{A\Delta} \end{array}$$



#### 2<sup>ο</sup> Θέμα

**A. α)** Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;

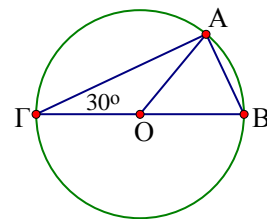
**β)** Με τι ισούται μία εγγεγραμμένη γωνία σε ημικύκλιο;

**γ)** Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ μιας εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρης;

**δ)** Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ του μέτρου μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του μέτρου του αντιστοίχου τόξου της ;

**B.** Στο διπλανό σχήμα, η  $B\Gamma$  είναι διάμετρος και  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$   
Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες

$$\begin{array}{ll} \alpha) \hat{A} = 90^\circ & \beta) \hat{B} = 60^\circ \\ \gamma) \widehat{A\hat{O}B} = 30^\circ & \delta) \widehat{AB} = 30^\circ \\ \epsilon) \widehat{A\hat{\Gamma}} = 120^\circ & \sigma\tau) \widehat{A\hat{O}\Gamma} = 100^\circ \end{array}$$



## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### 1<sup>η</sup> Άσκηση

α) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων

$$A = 2 \cdot x^{-2} - 2^{-x} + x^x - 3 \cdot (-1)^{x-1} \quad \text{αν } x = -2$$

$$B = 2^{x-4} - 6 \cdot 4^{x-3} + 6 \cdot 1^{x-2} - 5^{x-1} \quad \text{αν } x = 1$$

β) Αν  $A = -\frac{1}{4}$  και  $B = \frac{19}{4}$ , να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$y = Ax + \frac{4}{19}B$$

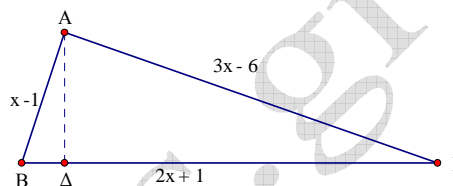
### 2<sup>η</sup> Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB = x - 1$ ,

$$AG = 3x - 6 \quad \text{και} \quad BG = 2x + 1$$

Αν η περίμετρος του τριγώνου είναι 30, να βρείτε :

- Τα μήκη των πλευρών του τριγώνου
- Το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του
- Το εμβαδόν του τριγώνου
- Το ύψος στην ΒΓ
- Τα ημΒ και εφΓ



### 3<sup>η</sup> Άσκηση

Ο μπροστινός τροχός ενός ποδηλάτου έχει διάμετρο 80 cm.

- Να βρείτε πόση απόσταση διανύει ο τροχός κάνοντας μία στροφή.
- Αν το ποδήλατο διάνυσε μία απόσταση 25 Km, να βρείτε πόσες στροφές έκανε ο μπροστινός τροχός.
- Ο πίσω τροχός του ποδηλάτου κατά την διάρκεια της κίνησης του ποδηλάτου έκανε 12500 στροφές. Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού πόση είναι η διάμετρος του πίσω τροχού.

## (ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

### 1<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

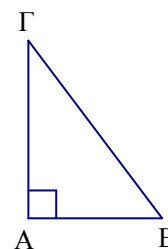
**A.α)**

Ονομάζουμε ημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου το πηλίκο της απέναντι κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα .

Δηλαδή στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε  $\eta\mu B = \frac{AG}{BG}$

Ονομάζουμε συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου το πηλίκο της προσκείμενης κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα .

Δηλαδή  $\sigma\upsilon\nu B = \frac{AB}{BG}$



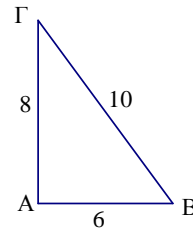
Ονομάζουμε εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου το πηλίκο της απέναντι κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη κάθετη πλευρά

$$\text{Δηλαδή } \varepsilon\varphi B = \frac{A\Gamma}{AB}$$

**A.β)**

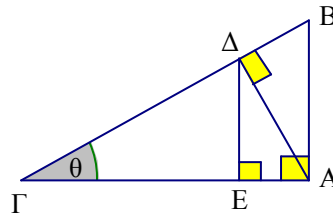
Στο διπλανό τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι

$$\eta\mu B = \frac{8}{10}, \quad \sigma\upsilon\nu B = \frac{6}{10} \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi B = \frac{8}{6}$$



**B.**

- α)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $AB\Gamma$ )
- β)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$ )
- γ)  $\Lambda$
- δ)  $\Lambda$
- ε)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $E\Delta\Gamma$ )
- στ)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $AB\Gamma$ )
- ζ)  $\Lambda$
- η)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $AB\Gamma$ )
- θ)  $\Sigma$  (τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$ )
- λ)  $\Lambda$



## 2<sup>ο</sup> Θέμα (απάντηση)

**A. α)**

Ονομάζουμε εγγεγραμμένη γωνία σε κύκλο κάθε γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο

**A. β)**

$90^\circ$

**A. γ)**

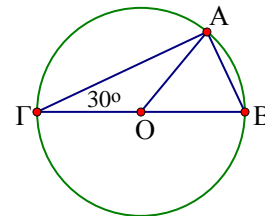
Η εγγεγραμμένη είναι ίση με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης;

**A. δ)**

Το μέτρο της εγγεγραμμένης είναι ίσο με το μισό του μέτρου του αντιστοίχου τόξου της

**B.**

- α)  $\Sigma$  (εγγεγραμμένη σε ημικύκλιο)
- β)  $\Sigma$  (συμπληρωματική της  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ )
- γ)  $\Lambda$  ( $\widehat{AOB} = 60^\circ$ )
- δ)  $\Lambda$  ( $\widehat{AB} = 60^\circ$ )
- ε)  $\Sigma$  (αντίστοιχο της  $\hat{B} = 60^\circ$ )
- στ)  $\Lambda$  ( $\widehat{A\hat{O}\Gamma} = 120^\circ$ )



## 1<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\begin{aligned} \text{Για } x = -2 \text{ έχουμε } A &= 2 \cdot (-2)^{-2} - 2^{-(-2)} + (-2)^{-2} - 3 \cdot (-1)^{-2-1} = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{(-2)^2} - 2^2 + \frac{1}{(-2)^2} - 3 \cdot (-1)^{-3} = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} - 4 + \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{(-1)^3} = \\ &= \frac{1}{2} - 4 + \frac{1}{4} + 3 = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Για } x = 1 \text{ έχουμε } B &= 2^{1-4} - 6 \cdot 4^{1-3} + 6 \cdot 1^{1-2} - 5^{1-1} = \\ &= 2^{-3} - 6 \cdot 4^{-2} + 6 \cdot 1^{-1} - 5^0 = \\ &= \frac{1}{2^3} - 6 \cdot \frac{1}{4^2} + 6 - 1 = \\ &= \frac{1}{8} - \frac{3}{8} + 5 = \frac{19}{4} \end{aligned}$$

β)

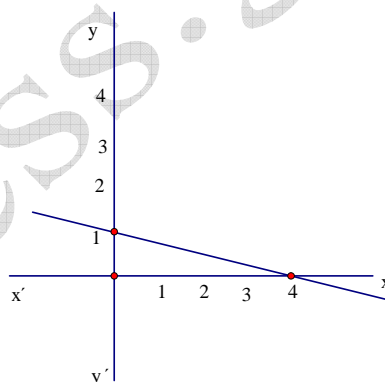
$$\text{Για } A = -\frac{1}{4} \text{ και } B = \frac{19}{4} \text{ έχουμε } y = -\frac{1}{4}x + 1$$

Η συνάρτηση αυτή έχει γραφική παράσταση ευθεία.

Για  $x = 0$  είναι  $y = 1$  και για  $y = 0$  είναι  $x = 4$

Οπότε δύο σημεία από τα οποία διέρχεται η ευθεία είναι τα  $(0, 1)$  και  $(4, 0)$

Η γραφική παράσταση φαίνεται δίπλα



## 2<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$AB + B\Gamma + \Gamma A = 30$$

$$x - 1 + 2x + 1 + 3x - 6 = 30$$

$$6x = 36 \text{ άρα } x = 6$$

$$\text{Οπότε } AB = 5, \Gamma A = 12 \text{ και } B\Gamma = 13$$

β)

$$B\Gamma^2 = 13^2 = 169 \text{ και } AB^2 + \Gamma A^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

Άρα  $B\Gamma^2 = AB^2 + \Gamma A^2$ , επομένως το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα  $B\Gamma$

γ)

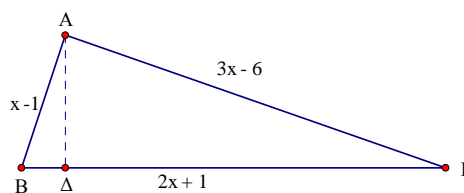
$$(AB\Gamma) = \frac{AB \cdot \Gamma A}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ τετραγωνικές μονάδες}$$

δ)

$$\text{Αν } A\Delta \text{ το ύψος στην } B\Gamma \text{ τότε είναι } (AB\Gamma\Delta) = \frac{B\Gamma \cdot A\Delta}{2} \text{ άρα}$$

$$30 = \frac{13 \cdot A\Delta}{2}$$

$$A\Delta = \frac{60}{13}$$



ε)

$$\eta_{\mu B} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{12}{13} \quad \text{και} \quad \epsilon\phi\Gamma = \frac{A\beta}{A\Gamma} = \frac{5}{12}$$

### 3<sup>η</sup> Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Σε μία στροφή ο τροχός διανύει απόσταση ίση με το μήκος του κύκλου του.

$$\text{Άρα η ζητούμενη απόσταση είναι} \quad L = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 40 = 251,2 \text{ cm} = 251,2 : 100 \text{ m} \\ = 2,512 \text{ m}$$

β)

Επειδή  $25 \text{ km} = 25 \cdot 1000 \text{ m} = 25000 \text{ m}$ , ο τροχός γι' αυτή την απόσταση έκανε  $25000 : 2,512 = 9952,2$  στροφές περίπου

γ)

Ο πίσω τροχός είναι φανερό ότι διάνυσε και αυτός 25000 m.

Οπότε σε κάθε στροφή διάνυσε  $25000 : 12500 = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$

$$\text{Αν } r \text{ είναι η ακτίνα του, τότε } 2\pi r = 200 \quad \text{άρα} \quad 2r = \frac{200}{\pi} = \frac{200}{3,14} = 63,69 \text{ cm}$$

Δηλαδή η διάμετρος του πίσω τροχού είναι 63,69 cm