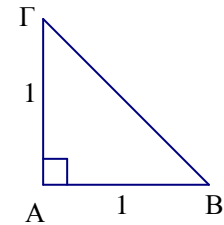


ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 5

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Θέμα

- A.** Με τη βοήθεια του ορθογωνίου τριγώνου του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας των 45°
- B.** Να συμπληρώσετε τον πίνακα



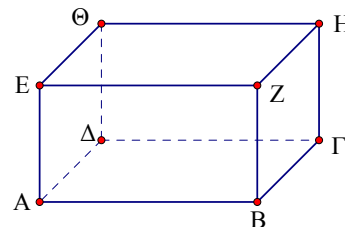
ω	$\eta\mu\omega$	$\sigma\upsilon\nu\omega$	$\epsilon\phi\omega$
30°			
45°			
60°			

- Γ.** Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων
- α) $2\eta\mu^2 30^\circ + 2\sigma\upsilon\nu^2 60^\circ - 2\eta\mu^2 45^\circ + 4\epsilon\phi^2 60^\circ$
- β) $\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 30^\circ + 3\sqrt{3}\epsilon\phi 30^\circ - 2\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu 45^\circ + \sqrt{3}\eta\mu 60^\circ$

2^ο Θέμα

- A.** α) Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών του χώρου ;
 β) Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων του χώρου ;
 γ) Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου ;

- B.** Στο διπλανό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο ΑΒΓΔΕΖΗΘ να εκφράσετε τη σχετική θέση
- α) των ευθειών ΕΘ και ΒΓ
 β) των ευθειών ΕΘ και ΖΒ
 γ) των ευθειών ΕΘ και ΘΗ
 δ) των επιπέδων ΑΒΓΔ και ΖΒΓΗ
 ε) των επιπέδων ΑΒΓΔ και ΕΖΗΘ
 στ) της ευθείας ΕΘ και του επιπέδου ΑΒΓΔ
 ζ) της ευθείας ΖΒ και του επιπέδου ΑΒΓΔ
 η) της ευθείας ΑΔ και του επιπέδου ΑΒΓΔ



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1^η Άσκηση

Έστω η εξίσωση $2\lambda + 2(x - 3) = 5x(1 - \lambda) + (3\lambda - 4)$. Δείξτε ότι

α) Αν $\lambda = 2$ τότε $x = \frac{4}{7}$

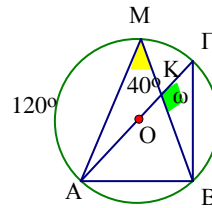
β) Αν $x = -3$ τότε $\lambda = \frac{7}{17}$

γ) Αν $\lambda = \frac{3}{5}$, να λύσετε την εξίσωση

2^η Άσκηση

Στον διπλανό κύκλο η ακτίνα είναι $\rho = 5 \text{ cm}$, η AG είναι διάμετρος, το τόξο $\widehat{AM} = 120^\circ$ και η γωνία $\widehat{M} = 40^\circ$. Να υπολογίσετε

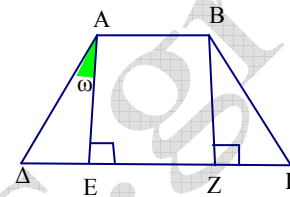
- Τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$
- Τη γωνία $\widehat{\omega}$
- Το μήκος του τόξου \widehat{AB} με προσέγγιση εκατοστού



3^η Άσκηση

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο με $A\Delta = B\Gamma$, $AB = 4 \text{ cm}$, $\Delta E = Z\Gamma = 4 \text{ cm}$ και $\epsilon\phi\widehat{\omega} = \frac{4}{3}$.

- Να υπολογίσετε τα τμήματα $A\epsilon$ και $A\Delta$
- Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τραπέζιου
- Αν το παραπάνω τραπέζιο είναι η βάση ενός ορθού πρίσματος με ύψος $v = 10 \text{ cm}$, να βρείτε την παράπλευρη επιφάνεια του πρίσματος και τον όγκο του



(ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ)

1^ο Θέμα (απάντηση)

A.

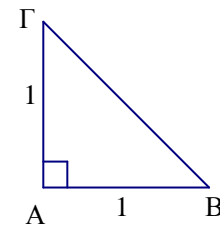
Επειδή το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές κάθε μία από τις οξείες γωνίες του είναι 45° .

Από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } B\Gamma &= \sqrt{2}, \text{ \textit{οπότε} } \eta\mu B = \eta\mu 45^\circ = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{συν} B = \text{συν} 45^\circ = \frac{AB}{B\Gamma} = \dots = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\epsilon\phi B = \epsilon\phi 45^\circ = \frac{A\Gamma}{AB} = 1$$



B.

Συμπληρωμένος ο πίνακας

ω	$\eta\mu\omega$	$\sigma\upsilon\omega$	$\epsilon\phi\omega$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Γ.

$$\begin{aligned} \alpha) 2\eta\mu^2 30^\circ + 2\sigma\upsilon\omega^2 60^\circ - 2\eta\mu^2 45^\circ + 4\epsilon\phi^2 60^\circ &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4(\sqrt{3})^2 = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{2}{4} + 4 \cdot 3 = 12 \end{aligned}$$

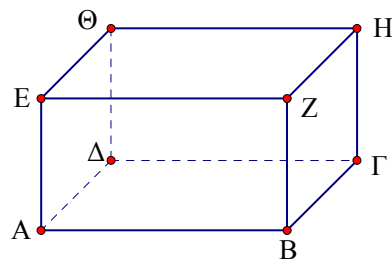
$$\begin{aligned} \beta) \sqrt{3}\sigma\upsilon\omega 30^\circ + 3\sqrt{3}\epsilon\phi 30^\circ - 2\sqrt{2}\sigma\upsilon\omega 45^\circ + \sqrt{3}\eta\mu 60^\circ &= \\ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= \\ = \frac{3}{2} + 3 - 2 + \frac{3}{2} &= 4 \end{aligned}$$

2^ο Θέμα (απάντηση)**A.**

- α) Να είναι τεμνόμενες , δηλαδή να έχουν ένα μόνο κοινό σημείο
 Να είναι παράλληλες , δηλαδή να είναι στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κοινό σημείο
 Να είναι ασύμβατες δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα
- β) Να τέμνονται κατά μία ευθεία
 Να είναι παράλληλα
- γ) Να ανήκει στο επίπεδο
 Να τέμνει το επίπεδο σε ένα μόνο σημείο
 Να είναι παράλληλη στο επίπεδο

B.

- α) $E\Theta \parallel B\Gamma$
 β) Οι $E\Theta$ και ZB είναι ασύμβατες
 γ) Οι $E\Theta$ και ΘH είναι τεμνόμενες στο Θ
 δ) Τεμνόμενα
 ε) Παράλληλα
 στ) Η $E\Theta$ είναι \parallel στο $AB\Gamma\Delta$
 ζ) Η ZB τέμνει το $AB\Gamma\Delta$ στο σημείο B
 η) Η $A\Delta$ ανήκει στο $AB\Gamma\Delta$



1^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$$\begin{aligned} \text{Αν } \lambda = 2 \text{ η εξίσωση γίνεται } 4 + 2(x - 3) &= 5x(1 - 2) + 6 - 4 \\ 4 + 2x - 6 &= -5x + 2 \\ 7x &= 4 \quad \text{άρα } x = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

β)

$$\begin{aligned} \text{Αν } x = -3 \text{ η εξίσωση γίνεται } 2\lambda + 2(-3 - 3) &= 5(-3)(1 - \lambda) + (3\lambda - 4) \\ \lambda - 12 &= -15 + 15\lambda + 3\lambda - 4 \\ 17\lambda &= 7 \quad \text{άρα } \lambda = \frac{7}{17} \end{aligned}$$

γ)

$$\begin{aligned} \text{Αν } \lambda = \frac{3}{5} \text{ η εξίσωση γίνεται } 2 \cdot \frac{3}{5} + 2(x - 3) &= 5x \left(1 - \frac{3}{5}\right) + 3 \cdot \frac{3}{5} - 4 \\ \frac{6}{5} + 2x - 6 &= 2x + \frac{9}{5} - 4 \\ 0x &= \frac{13}{5} \quad \text{η οποία είναι αδύνατη} \end{aligned}$$

2^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

$\widehat{\Gamma} = \widehat{M} = 40^\circ$ ως εγγεγραμμένες στο ίδιο τόξο
 $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένη σε ημικύκλιο
 $\widehat{\Gamma\hat{A}B} = 50^\circ$ ως συμπληρωματική της $\widehat{\Gamma}$

β)

Η ΑΓ είναι διάμετρος, άρα $\widehat{AM} + \widehat{M\Gamma} = 180^\circ$
 $120^\circ + \widehat{M\Gamma} = 180^\circ$
 $\widehat{M\Gamma} = 60^\circ$ οπότε

$\widehat{M\hat{A}\Gamma} = 30^\circ$ ως αντίστοιχη εγγεγραμμένη σ' αυτό

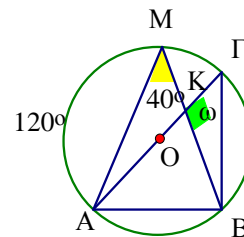
Τότε η τρίτη γωνία $\widehat{M\hat{K}A}$ του τριγώνου ΜΚΑ είναι $\widehat{M\hat{K}A} = 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 110^\circ$

Επομένως $\hat{\omega} = 110^\circ$ ως κατακορυφήν της ΜΚΑ

γ)

Είναι $\widehat{AB} = 80^\circ$ ως αντίστοιχο της εγγεγραμμένης γωνίας \widehat{M}

Οπότε το μήκος του είναι $l = 2\pi r \frac{\mu}{360} = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot \frac{80}{360} = 6,97\text{cm}$

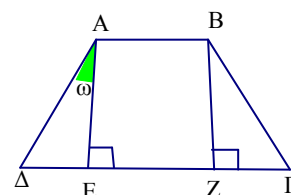


3^η Άσκηση (προτεινόμενη λύση)

α)

Στο τρίγωνο ΑΔΕ έχουμε $\text{εφ } \hat{\omega} = \frac{\Delta E}{A E}$, $\frac{4}{3} = \frac{4}{A E}$
 άρα $A E = 3$

Πυθαγόρειο στο ΑΔΕ : $A \Delta^2 = A E^2 + \Delta E^2 =$



$$= 3^2 + 4^2 = 25 \quad \text{άρα} \quad A\Delta = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

β)

Είναι φανερό ότι $EZ = AB = 4\text{cm}$ και επομένως $\Delta\Gamma = \Delta E + EZ + Z\Gamma = 4 + 4 + 4 = 12\text{cm}$

Η περίμετρος Π του τραπεζίου είναι $\Pi = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A = 4 + 5 + 12 + 5 = 26\text{cm}$

Το εμβαδόν του $E = \frac{(AB + \Delta\Gamma)AE}{2} = \frac{(4 + 12)3}{2} = 24 \text{ cm}^2$

γ)

$E_{\text{παραπλευρο}} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) = 26 \cdot 10 = 260\text{cm}^2$

$\text{Όγκος } V = (\text{εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) = 24 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^3$

netsuccess.gr