

## 1.1 ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ - ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

### ΘΕΩΡΙΑ

1.

**Πείραμα τύχης :** Το πείραμα του οποίου δε μπορούμε να προβλέψουμε με ακρίβεια το αποτέλεσμα.

2.

**Δειγματικός χώρος :** Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης.

3.

**Ενδεχόμενο ή γεγονός :** Κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου.

4.

**Απλό ενδεχόμενο :** Το ενδεχόμενο που περιέχει ένα μόνο αποτέλεσμα του πειράματος.

5.

**Σύνθετο ενδεχόμενο :** Το ενδεχόμενο που περιέχει περισσότερα από ένα αποτελέσματα του πειράματος.

6.

**Ενδεχόμενο πραγματοποιείται :** Το αποτέλεσμα του πειράματος είναι στοιχείο του ενδεχομένου.

7.

**Βέβαιο ενδεχόμενο :** Το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται σε κάθε εκτέλεση του πειράματος.  
Βέβαιο ενδεχόμενο είναι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$ .

8.

**Αδύνατο ενδεχόμενο :** Το ενδεχόμενο που δεν πραγματοποιείται ποτέ.  
Αδύνατο είναι το  $\emptyset$  (κενό) ενδεχόμενο

9.

**Ευνοϊκές περιπτώσεις ενδεχομένου :** Τα στοιχεία του ενδεχομένου.

10.

**Δυνατές περιπτώσεις :** Τα στοιχεία του δειγματικού χώρου.

11.

**Το ενδεχόμενο  $A \cap B$  πραγματοποιείται :** Όταν συγχρόνως πραγματοποιείται και το  $A$  και το  $B$ .

12.

**Το ενδεχόμενο  $A \cup B$  πραγματοποιείται :** Όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα  $A, B$ .

(Διαφορετικά : Όταν πραγματοποιείται το  $A$  ή το  $B$  ή και τα δύο)

13.

**Το ενδεχόμενο  $A'$  πραγματοποιείται :** Όταν δεν πραγματοποιείται το  $A$ .

14.

**Το ενδεχόμενο  $A - B$  πραγματοποιείται :** Όταν πραγματοποιείται το  $A$  και δεν πραγματοποιείται το  $B$ .

15.

**Το ενδεχόμενο  $(A - B) \cup (B - A)$  πραγματοποιείται :**

Όταν πραγματοποιείται μόνο το  $A$  ή μόνο το  $B$ .

16.

**Το ενδεχόμενο  $(A \cup B)'$  πραγματοποιείται :**

Όταν δεν πραγματοποιείται ούτε το  $A$  ούτε το  $B$ .

(Διαφορετικά : Όταν δεν πραγματοποιείται κανένα από τα  $A, B$ .)

17.

**Ασυμβίβαστα ενδεχόμενα  $A, B$  :** Δεν έχουν κοινά στοιχεία.

$$A \cap B = \emptyset$$

**18.**

$A \subseteq B$ : Η πραγματοποίηση του  $A$  συνεπάγεται την πραγματοποίηση του  $B$ .

**ΣΧΟΛΙΑ – ΜΕΘΟΔΟΙ****1.****Μέθοδος**

Για να βρούμε το δειγματικό χώρο πειράματος τύχης, το οποίο πραγματοποιείται σε περισσότερες από μία φάσεις, φτιάχνουμε δένδροδιάγραμμα.

Όταν το πείραμα ολοκληρώνεται σε δύο φάσεις, μπορούμε να φτιάχνουμε πίνακα διπλής εισόδου.

**2.****Μέθοδος**

Όταν θέλουμε μία πρόταση να την αποδώσουμε στη γλώσσα των ενδεχομένων, μας βοηθάει το διάγραμμα Venn.

**3.****Χρήσιμες ιδιότητες**

(Να τις κατανοήσετε σε διάγραμμα Venn)

α)  $A \subseteq A \cup B$  και  $B \subseteq A \cup B$

β)  $A \cap B \subseteq A$  και  $A \cap B \subseteq B$

γ)  $A \cap B \subseteq A \cup B$

δ)  $A - B \subseteq A$  και  $B - A \subseteq B$

ε)  $A - B \subseteq A \cup B$  και  $B - A \subseteq A \cup B$

στ)  $A \subseteq B$  τότε  $A \cap B = A$  και  $A \cup B = B$

ζ)  $A - B$ ,  $B - A$  ασυμβίβαστα ενδεχόμενα

$A - B$ ,  $A \cap B$  ασυμβίβαστα ενδεχόμενα και η ένωσή τους  $= A$

η)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  και  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### 1.

Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος στα παρακάτω πειράματα τύχης.

- i) Ρίχνουμε ένα νόμισμα και βλέπουμε την πάνω όψη του.
- ii) Ρίχνουμε ένα ζάρι και βλέπουμε την πάνω όψη του.

**Λύση**

- i)  $\Omega = \{\kappa, \gamma\}$        $\kappa = \text{κεφάλι}, \quad \gamma = \text{γράμμα}$
- ii)  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

### 2.

Ρίχνουμε ένα ζάρι και στη συνέχεια ένα νόμισμα.

- i) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.
- ii) Να βρείτε το ενδεχόμενο A: το ζάρι έδειξε 5.
- iii) Να βρείτε το ενδεχόμενο B: το νόμισμα έδειξε κεφάλι.

**Προτεινόμενη λύση**

**Πίνακας διπλής εισόδου**

	2 <sup>η</sup> φ	Κ	Γ
1 <sup>η</sup> φ			
1		1Κ	1Γ
2		2Κ	2Γ
3		3Κ	3Γ
4		4Κ	4Γ
5		5Κ	5Γ
6		6Κ	6Γ

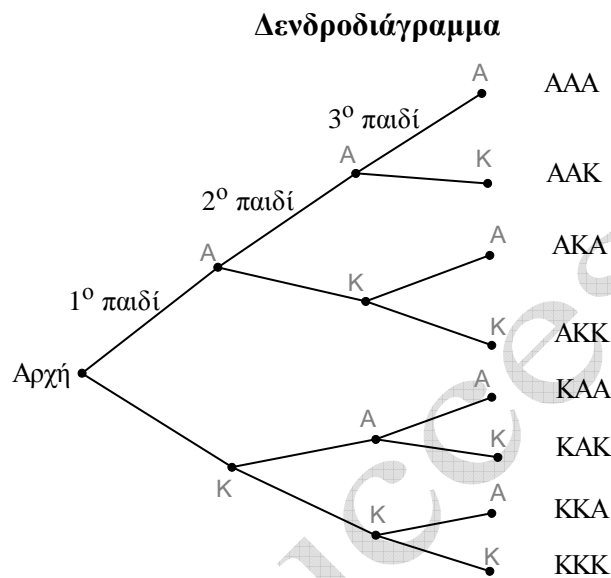
- i)  $\Omega = \{1Κ, 1Γ, 2Κ, 2Γ, 3Κ, 3Γ, 4Κ, 4Γ, 5Κ, 5Γ, 6Κ, 6Γ\}$
- ii)  $A = \{5Κ, 5Γ\}$
- iii)  $B = \{1Κ, 2Κ, 3Κ, 4Κ, 5Κ, 6Κ\}$

3.

Εξετάζουμε τις οικογένειες που έχουν τρία παιδιά ως προς το φύλλο και τη σειρά γέννησής τους. Να βρεθούν

- i) Ο δειγματικός χώρος του περάματος
- ii) Το ενδεχόμενο A: το πρώτο παιδί κορίτσι
- iii) Το ενδεχόμενο B: το μεσαίο παιδί αγόρι
- iv) Το ενδεχόμενο Γ: τουλάχιστον ένα κορίτσι
- v) Το ενδεχόμενο Δ: ακριβώς δύο αγόρια
- vi) Το ενδεχόμενο E: το πολύ δύο κορίτσια
- vii) Τα ενδεχόμενα:  $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B'$

**Προτεινόμενη λύση**

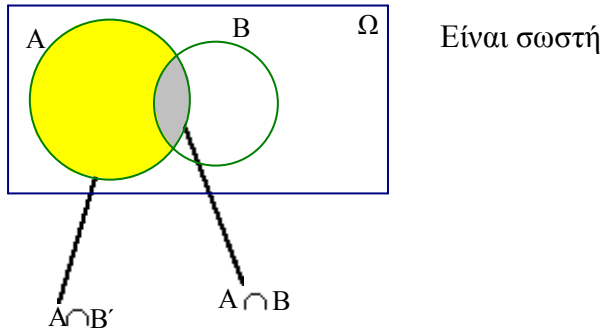


- i)  
 $\Omega = \{AAA, AAK, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$
- ii)  
 $A = \{KAA, KAK, KKA, KKK\}$
- iii)  
 $B = \{AAA, AAK, KAA, KAK\}$
- iv)  
 $\Gamma = \{AAK, AKK, KAA, KAK, KKA, KKK\}$
- v)  
 $\Delta = \{AAK, AKK, KAA\}$
- vi)  
 $E = \{AAA, AAK, AKK, KAA, KAK, KKA\}$
- vii)  
 $A' = \{AAA, AAK, AKK\}$   
 $B' = \{AKA, AKK, KKA, KKK\}$   
 $A \cap B' = \{KKA, KKK\}$

4.

Με τη βοήθεια ενός διαγράμματος Venn, να απαντήσετε αν είναι σωστή ή λάθος η ισότητα  $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A$ .

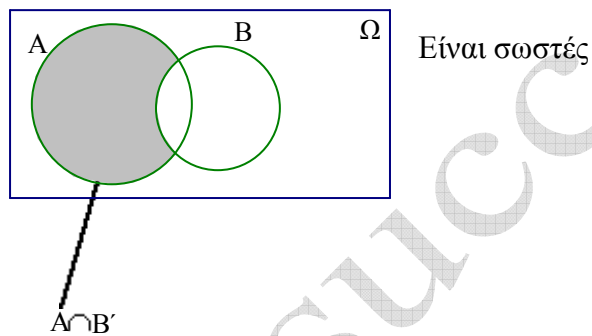
**Προτεινόμενη λύση**



5.

Με τη βοήθεια ενός διαγράμματος Venn, να απαντήσετε αν είναι σωστές ή λανθασμένες οι ισότητες  $B \cap (A \cap B') = \emptyset$ ,  $B \cup (A \cap B') = A \cup B$

**Προτεινόμενη λύση**



6.

Μία κάλπη περιέχει δύο μαύρες μπάλες  $\mu_1, \mu_2$  και δύο κόκκινες  $\kappa_1, \kappa_2$ . Εξάγουμε από την κάλπη δύο μπάλες. Να βρείτε το δειγματικό χώρο του περάματος, όταν εξάγουμε

- i) τις δύο μπάλες ταυτόχρονα
- ii) τις δύο μπάλες τη μία μετά την άλλη χωρίς επανατοποθέτηση
- iii) τις δύο μπάλες τη μία μετά την άλλη με επανατοποθέτηση

**Προτεινόμενη λύση**

i)

$$\Omega = \{ (\mu_1, \mu_2), (\mu_1, \kappa_1), (\mu_1, \kappa_2), (\mu_2, \kappa_1), (\mu_2, \kappa_2), (\kappa_1, \kappa_2) \}$$

Όλα τα μη διατεταγμένα ζευγάρια

ii)

$$\Omega = \{ (\mu_1, \mu_2), (\mu_1, \kappa_1), (\mu_1, \kappa_2), (\mu_2, \mu_1), (\mu_2, \kappa_1), (\mu_2, \kappa_2), (\kappa_1, \mu_1), (\kappa_1, \mu_2), (\kappa_1, \kappa_2), (\kappa_2, \mu_1), (\kappa_2, \mu_2), (\kappa_2, \kappa_1) \}$$

Όλα τα διατεταγμένα ζευγάρια με διαφορετικά μέλη

iii)

$$\Omega = \{ (\mu_1, \mu_1), (\mu_1, \mu_2), (\mu_1, \kappa_1), (\mu_1, \kappa_2), (\mu_2, \mu_1), (\mu_2, \mu_2), (\mu_2, \kappa_1), (\mu_2, \kappa_2), (\kappa_1, \mu_1), (\kappa_1, \mu_2), (\kappa_1, \kappa_1), (\kappa_1, \kappa_2), (\kappa_2, \mu_1), (\kappa_2, \mu_2), (\kappa_2, \kappa_1), (\kappa_2, \kappa_2) \}$$

Όλα τα διατεταγμένα ζευγάρια

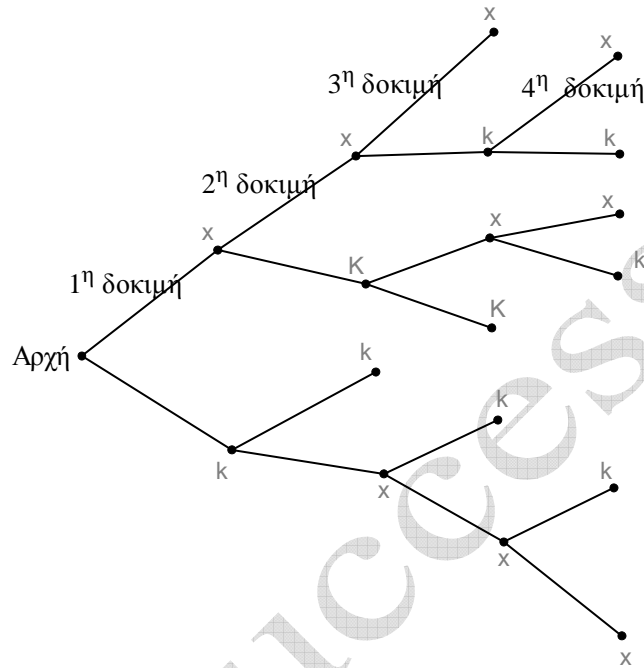
## 7.

Σε μια πεντάδα λαμπτήρων οι τρεις είναι χαλασμένοι (x) και οι δύο είναι καλοί (k). Ανασύρουμε έναν – έναν λαμπτήρα μέχρι να ανακαλύψουμε τους χαλασμένους.

- i) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του περάματος
- ii) Να βρείτε το ενδεχόμενο A: ανακαλύψαμε τους χαλασμένους με δύο δοκιμές
- iii) Να βρείτε το ενδεχόμενο B: ανακαλύψαμε τους χαλασμένους με τρεις δοκιμές
- iv) Μετά από πόσες το πολύ δοκιμές ανακαλύπτουμε τους χαλασμένους λαμπτήρες;

**Προτεινόμενη λύση**

**Δενδροδιάγραμμα**



- i) Πρέπει να ανακαλύψουμε τους τρεις χαλασμένους ή τους δύο καλούς λαμπτήρες.  
 $\Omega = \{ xxx, xxkx, xxkk, xkxx, xkxk, xkk, kk, kxk, kxxk, kxxx \}$

- ii)  $A = \{kk\}$

- iii)  $B = \{xxx, xkk, kxk\}$

- iv) Το πολύ τέσσερις δοκιμές



8.

Συμπληρώστε το διπλανό πίνακα βάζοντας στη στήλη Β το χαρακτηρισμό Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).

Όπου βάλατε Λ, συμπληρώστε τη στήλη Γ με τη σωστή σχέση.

**Προτεινόμενη λύση**

A	B	Γ
$A \cup A = A$	Σ	
$A \cup \emptyset = A$	Σ	
$A \cap A = \emptyset$	Λ	$A \cap A = A$
$A \cap \emptyset = A$	Λ	$A \cap \emptyset = \emptyset$
$A' \cup A = \emptyset$	Λ	$A' \cup A = \Omega$
$A' \cap A = \Omega$	Λ	$A' \cap A = \emptyset$
$\Omega' = \Omega$	Λ	$\Omega' = \emptyset$
$(A')' = \Omega$	Λ	$(A')' = A$
$\emptyset' = \Omega$	Σ	
$A' \cup A = \Omega$	Σ	

netsuccess.gr