

2.1 – 2.10

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Πρωταρχικές γεωμετρικές έννοιες

(Δεν επιδέχονται ορισμό. Για κάθε μια από αυτές, όλοι έχουμε ίδια και μοναδική αντίληψη).

- Σημείο
- Γραμμή
- Ευθεία
- Επιφάνεια
- Επίπεδο
- Ημιευθεία
- Ευθύγραμμο τμήμα

2.

Σχετικές θέσεις δύο ευθειών

- i. Τέμνονται \Leftrightarrow ένα μόνο κοινό σημείο
- ii. Παράλληλες \Leftrightarrow κανένα κοινό σημείο
- iii. Συμπίπτουν \Leftrightarrow όλα τους τα σημεία κοινά

3.

Ημιευθεία

Είναι κομμάτι ευθείας με ένα άκρο (αρχή).



Αντικείμενες ημιευθείες

Είναι τα δύο μέρη στα οποία χωρίζεται μια ευθεία από ένα σημείο της.

Προφανώς, οι αντικείμενες ημιευθείες έχουν ίδια αρχή.



Ευθύγραμμο τμήμα

Είναι κομμάτι ευθείας με δύο άκρα



Διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα

Είναι δύο ευθ. τμήματα, που μοναδικό κοινό σημείο τους είναι το ένα άκρο τους.



4.

Ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων $\alpha = \beta \Leftrightarrow$ με κατάλληλη μετατόπιση συμπίπτουν

5.

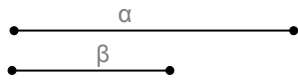
Μέσο ευθυγράμμου τμήματος

Λέγεται το μοναδικό σημείο του ευθ. τμήματος που το χωρίζει σε δύο ίσα τμήματα.

6.

Ανισότητα ευθυγράμμων τμημάτων


Σχηματικά :


 $\alpha > \beta \quad \text{ή} \quad \beta < \alpha$

7.

Πρόσθεση ευθυγράμμων τμημάτων

Σχηματικά :


 $\alpha + \beta = AB + B\Gamma = A\Gamma$

8.

Αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων

Σχηματικά :


 $\alpha - \beta = AB - A\Gamma = \Gamma B$

9.

Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού v επί ευθ.τμήμα α

$$v \cdot \alpha = \underbrace{\alpha + \alpha + \dots + \alpha}_{v \text{ φορές}}$$

10.

Μια ισοδυναμία

$$\alpha = v \cdot \beta \Leftrightarrow \beta = \frac{\alpha}{v} = \frac{1}{v} \alpha$$

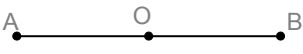
11.

Παραδοχή

Για κάθε ζευγάρι ευθ. τμημάτων α, β υπάρχει πραγματικός αριθμός $\rho \geq 0$ ώστε $\alpha = \rho \beta$.

Όταν το β είναι μονάδα μέτρησης, ο αριθμός ρ λέγεται **μέτρο** ή **μήκος** του α ή **απόσταση** των άκρων του.

12.**Σημεία συμμετρικά ως προς κέντρο**

Σχηματικά : 

O μέσο του $AB \Leftrightarrow A, B$ συμμετρικά ως προς κέντρο συμμετρίας O .

13.**Πρέπει να θυμόμαστε**

- i). Αν δύο ευθείες έχουν δύο κοινά σημεία, τότε αποτελούν μία ευθεία. (Αφού, με αξίωμα, δύο σημεία ορίζουν μία μόνο ευθεία).
- ii). Δύο διαφορετικές ευθείες ενός επιπέδου ή τέμνονται (έχουν ένα μόνο κοινό σημείο), ή είναι παράλληλες (δεν έχουν κοινό σημείο).

14.**Σχόλιο**

Σε κάθε μαθηματικό πρόβλημα πρέπει να διακρίνουμε τα ανεξάρτητα στοιχεία του, από τα εξαρτημένα.

Παράδειγμα.

Δίνονται τρία σημεία A, B, Γ και το μέσο M του τμήματος AB .

Ανεξάρτητα στοιχεία είναι τα σημεία A, B, Γ (ή αν θέλετε τα τμήματα AB και $B\Gamma$) και εξαρτημένα το σημείο M (ή αν θέλετε τα τμήματα $MA, MB, M\Gamma$ και ΓA)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ**1.**

Δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν δύο κοινά σημεία. Ποια είναι η σχετική τους θέση;

Απάντηση

Προφανώς οι ευθείες συμπίπτουν. Ας το αποδείξουμε.

- Αν ήταν παράλληλες, δεν θα είχαν κοινό σημείο, που είναι άτοπο.
Άρα δεν είναι παράλληλες.
- Αν τέμνονταν, θα είχαν ένα μόνο κοινό σημείο, που είναι άτοπο.
Άρα δεν τέμνονται.

Δε μένει τίποτε άλλο παρά οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ να συμπίπτουν.

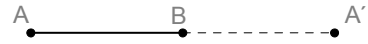
2.

Δίνονται δύο σημεία A, B . Να σχεδιάσεις **i.** το συμμετρικό του A ως προς το B .
ii. το συμμετρικό του B ως προς το A .

Απάντηση

i.

Προεκτείνουμε το τμήμα AB κατά τμήμα $BA' = AB$. Το σημείο A' είναι το ζητούμενο.

**ii.**

Προεκτείνουμε το τμήμα BA κατά τμήμα $AB' = AB$. Το σημείο B' είναι το ζητούμενο.



3.

Στην έκφραση : « Δίνεται ευθ. τμήμα $AB = 5\text{cm}$ »

- i.** με πόσα τμήματα εργαζόμαστε και ποια;
ii. ποιο είναι το μέτρο του τμήματος AB ;

Απάντηση

Καταρχήν να παρατηρήσουμε ότι η ισότητα $AB = 5\text{cm}$ γράφεται $AB = 5 \cdot 1\text{cm}$

i.

Εργαζόμαστε με δύο τμήματα, το AB και το 1cm .

ii.

Το μέτρο του τμήματος AB είναι ο αριθμός 5.